

(1) Umění formulace celočíselných programů

Příklad 1.1. Karel, student optimalizace na Univerzitě Karlově, si chce v následujícím semestru zapsat některé z předmětů p_1, \dots, p_5 . Pomozte Karlovi pomocí podmínek lineárního celočíselného programování modelovat tyto studijní požadavky:

- (a) musí si zapsat alespoň dva předměty,
- (b) zapíše-li si předmět p_1 , musí si také zapsat p_5 ,
- (c) zapíše-li si předmět p_2 , nemůže si zapsat p_4 ,
- (d) předmět p_3 si může zapsat pouze pokud si zapíše také p_1 nebo p_2 ,
- (e) předmět p_4 si může zapsat pouze pokud si zapíše také p_2 a p_3 ,
- (f) pokud si zapíše 2 nebo 3 předměty z množiny $\{p_3, p_4, p_5\}$, nemůže si zapsat p_2 .

Příklad 1.2. Formulujte pomocí lineárních celočíselných podmínek následující omezení:

- (a) $x \in \{1, 5, 22, 42, 2021\}$,
- (b) $z = \min\{x, y\}$ pro proměnné $x, y \in [-K, K]$,
- (c) $y = |x|$ pro proměnnou $x \in [-K, K]$.

Příklad 1.3. Navrhněte lineární celočíselný program pro řešení Sudoku.

Příklad 1.4. Formulujte pomocí lineárních celočíselných podmínek sjednocení k omezených polyedru zadaných ve tvaru

$$P^i = \{x \in \mathbb{R}^n : A^i x \leq b^i, 0 \leq x \leq u^i\}, \quad \text{pro } i \in \{1, \dots, k\}.$$

Příklad 1.5. Formulujte následující grafové problémy jako lineární celočíselné programy:

- (a) minimální vrcholové pokrytí (t.j. množina vrcholů, kde každá hrana grafu je incidentní alespoň s jedním vrcholem z této množiny),
- (b) maximální nezávislá množina (t.j. množina vrcholů, v níž žádné dva vrcholy nejsou spojeny hranou),
- (c) barevnost grafu (t.j. nejmenší počet barev potřebný k obarvení vrcholů tak, aby sousední vrcholy neměly stejnou barvu).

Příklad 1.6. Formulujte pomocí lineárních celočíselných podmínek po částech lineární funkci $f(x)$ na intervalu $[x_0, x_m]$, přičemž body zlomů jsou $x_0, \dots, x_m \in \mathbb{R}$ a hodnoty ve zlomech jsou $a_0, \dots, a_m \in \mathbb{R}$.

Příklad 1.7. Firma Karlovy trubky s.r.o. produkuje kovové trubky standardní délky 100 cm, které následně řeže a prodává v kratších délkách. Firma obdržela následující objednávku:

Délka (cm)	14	31	36	45
Množství (ks)	211	395	610	97

Navrhněte model pro výpočet minimálního množství 100cm trubek potřebných ke splnění objednávky a určete, jakým způsobem se mají trubky rozřezat.