

Domácí úkoly z Celočíselného programování (LS 2020/2021):

(1) Umění formulace celočíselných programů

Úkol 1.1. Buďte $b_1, b_2, b_3 \in \{0, 1\}$ binární proměnné a $x_1, x_2 \in [0, K]$ pro dané $K > 0$ spojité proměnné. Linearizujte následující podmínky:

(a) $b_3 = b_1 \cdot b_2$, [2 b]

(b) $x_2 = b_1 \cdot x_1$. [2 b]

Úkol 1.2. Formulujte následující požadavky jako podmínky lineárního celočíselného programu:

(a) Pokud si Karel zapíše alespoň k předmětů z množiny $\{p_1, \dots, p_n\}$, pak si musí také zapsat předměty q_1 a q_2 . [3 b]

(b) Karel si může zapsat předmět p_3 pouze tehdy, když si zapíše právě jeden z předmětů p_1, p_2 . [2 b]

Úkol 1.3. Buď $0 < K_1 < K_2$. Formulujte lineární celočíselnou podmínku pro omezení

$$x \in \{0\} \cup [K_1, K_2]$$

pro spojitou proměnnou $x \in \mathbb{R}^+$. [2 b]

Úkol 1.4. Buď $\{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$ omezený polyedr. Formulujte omezení

$$y \in \{x \in \mathbb{Z}^n : Ax \leq b\} \setminus \{x^*\} \text{ pro dané } x^* \in \mathbb{R}^n$$

jako podmínky lineárního celočíselného programu. [3 b]

Úkol 1.5. V nemocnici sv. Karla pracují ošetřovatelé v 8hodinových směnách, které začínají v 0:00, 4:00, 8:00, 12:00, 16:00 a 20:00. Navrhněte model lineárního celočíselného programování pro výpočet minimálního počtu ošetřovatelů zaměstnaných v nemocnici, pokud je počet potřebných ošetřovatelů v daném časovém intervalu určený následující tabulkou:

Časový interval	Minimální počet ošetřovatelů
00:00–04:00	3
04:00–08:00	8
08:00–12:00	10
12:00–16:00	12
16:00–20:00	14
20:00–00:00	8

[3 b]

Úkol 1.6. Navrhněte (zjednodušený) model lineárního celočíselného programování pro rozvrhování výuky na vysoké škole. Určete:

- (a) omezující podmínky, které bychom měli do modelu zahrnout,
 (b) vhodnou účelovou funkci pro tento problém,
 (c) vstupní data potřebná pro vytvoření programu. [3 b]