# Domácí úkoly z Celočíselného programování (LS 2020/2021): (3) Metody: Sečné nadroviny a branch & bound

**Úkol 3.1.** Najděte platnou nerovnost (vzhledem k dané množině $X$), která odřízne bod $x^*$:

(a) množina $X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{Z} \times \{0, 1\} : 2x_1 - x_2 \leq 2\}$ a bod $x^* = (1.5, 1)$,

(b) množina $X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{Z}_+ : x_1 \leq 9, x_1 \leq 4x_2\}$ a bod $x^* = (9, \frac{9}{4})$. [2 b]

**Úkol 3.2.** Řešte celočíselný lineární program

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 3x_2 \\ \text{za podm.} & x_1 + 5x_2 \leq 12, \\ & x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ & x_1, x_2 \geq 0, \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}, \end{array}$$

(a) pomocí prvního Gomoryho algoritmu,

(b) metodou branch & bound s LP relaxací. [6 b]

**Úkol 3.3.** Řešte následující smíšenou úlohu celočíselného lineárního programování pomocí druhého Gomoryho algoritmu:

$$\begin{array}{ll} \max & -x_1 + x_2 \\ \text{za podm.} & x_2 \leq 9, \\ & -4x_1 + x_2 \leq 0, \\ & x_1, x_2 \geq 0, \\ & x_1 \in \mathbb{Z}, x_2 \in \mathbb{R}. \end{array}$$

[4 b]

**Úkol 3.4.** Pro dané $\alpha > 0$ najděte minimální popis (bez redundantních podmínek) konvexního obalu množiny

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R} : x - y \leq \alpha, y \geq 0\}$$

pomocí soustavy lineárních nerovnic. [3 b]

**Úkol 3.5.** Upravte metodu branch & bound tak, aby nalezla „dostatečně dobré“ přípustné řešení s hodnotou účelové funkce v toleranci $p\,\%$ od optimální hodnoty (pro dané $p$). [2 b]

**Úkol 3.6.** Aplikujte techniku „utáhnutí mezí“ k výpočtu co nejtěsnějších mezí pro celočíselné proměnné $x_1, \ldots, x_6$ za podmínek

$$\begin{array}{l} 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 + 6x_4 - 9x_5 + x_6 \leq -12, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 - 3x_6 \leq 13, \\ x_1 \in [1, 4],\ x_2 \in [0, 7],\ x_3 \in [4, 10],\ x_4 \geq 2,\ x_5 \in [0, 2],\ x_6 \geq 0, \\ x_1, \ldots, x_6 \in \mathbb{Z}. \end{array}$$

[3 b]