

Domácí úkoly z Celočíselného programování (LS 2020/2021):
(4) Heuristiky, dekompozice a software

Úkol 4.1. Pomocí heuristiky relax & fix aproximujte optimální řešení úlohy

$$\begin{aligned} \max \quad & 13x + 8y \\ \text{za podm.} \quad & x + 2y \leq 10, \\ & 5x + 2y \leq 20, \\ & x, y \in \mathbb{N}_0. \end{aligned} \quad [4 \text{ b}]$$

Úkol 4.2. S využitím Lagrangeovy relaxace řešte následující celočíselný program:

$$\begin{aligned} \max \quad & 9x_1 + 4x_2 + 15x_3 \\ \text{za podm.} \quad & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 5, \\ & x_1, x_2, x_3 \in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

Určete optimální hodnotu relaxace (P_u) pro všechny možné hodnoty $u \geq 0$ a najděte nejlepší možný horní odhad na optimální hodnotu programu, který z těchto relaxací můžeme získat (t.j. optimum pro Lagrangeovu relaxaci). [4 b]

Pro následující problémy formulujte úlohu celočíselného lineárního programování a najděte její optimální řešení. K modelování a řešení úlohy můžete využít modelovací/programovací jazyk a řešič podle vlastního výběru. Odevzdané řešení by mělo obsahovat kromě získaného optimálního řešení a optimální hodnoty také využitý zdrojový kód se stručným popisem navrženého modelu.

Úkol 4.3. Určete barevnost (t.j. nejmenší počet barev potřebný k obarvení vrcholů tak, aby sousední vrcholy neměly stejnou barvu) a příslušné obarvení vrcholů grafu $G = (V, E)$ s množinou vrcholů $V = \{1, \dots, 8\}$ a množinou hran

$$\begin{aligned} E = \{ & (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 8), (2, 3), (2, 6), (2, 8), \\ & (3, 5), (3, 8), (4, 6), (5, 7), (5, 8), (6, 8), (7, 8) \}. \end{aligned} \quad [4 \text{ b}]$$

Úkol 4.4. Firma Karlovy trubky s.r.o. naskladnila nové kovové trubky standardní délky 4 m. Pro aktuální stavební projekt obdržela firma následující objednávku:

Délka (cm)	70	130	260
Množství (ks)	640	500	200

Určete minimální množství 4m trubek potřebných ke splnění objednávky a rozhodněte, jaký je optimální způsob nařezání trubek. [4 b]

Úkol 4.5. Vyřešte následující úlohu Sudoku pomocí celočíselného lineárního programování:

4		5						
			7		2	6		
3	6				1		9	
								5
	1					7		
						5		
			9	8		1	2	7
		9	5	4			3	

[4 b]