

## Domácí úkoly z Celočíslného programování (LS 2020/2021):

### (5) Speciální případy: Problém batohu, TSP a další

**Úkol 5.1.** Uvažujme následující varianty (P1) – (P4) problému batohu, kde  $A, a, b, c \geq 0$ :

(P1)  $\max c^T x$  za podmínek  $a^T x \leq b, x \in \{0, 1\}^n$ ,

(P2)  $\max c^T x$  za podmínek  $a^T x \leq b, x \geq 0, x \in \mathbb{Z}^n$ ,

(P3)  $\max c^T x$  za podmínek  $A^T x \leq b, x \in \{0, 1\}^n$ ,

(P4)  $\max c^T x$  za podmínek  $a^T x = b, x \in \{0, 1\}^n$ .

Rozhodněte, které z těchto variant jsou převoditelné na některou jinou variantu, příp. které varianty jsou na sebe navzájem převoditelné. [4 b]

**Úkol 5.2.** Uvažujme přípustnou množinu problému batohu ve tvaru

$$K = \{x \in \{0, 1\}^n : a^T x \leq b\},$$

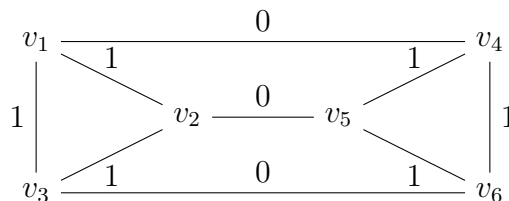
kde  $0 < a_j \leq b$  pro  $j \in \{1, \dots, n\}$ . Ukažte, že nerovnost  $x_j \geq 0$  je pro  $K$  stěnová, t.j. určuje stěnu dimenze  $n - 1$  polyedru  $\text{conv}(K)$ . [3 b]

**Úkol 5.3.** Najděte minimální covery a příslušné sečné nadroviny pro množinu

$$\{x \in \{0, 1\}^7 : 11x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 5x_5 + 4x_6 + x_7 \leq 19\}. \quad [3 b]$$

**Úkol 5.4.** Najděte všechny stěnové (facet-defining) nerovnosti pro symetrický problém obchodního cestujícího s  $n = 4$ . [4 b]

**Úkol 5.5.** Uvažujme instanci problému obchodního cestujícího na grafu



s danými cenami na hranách, přičemž cena hrany  $\{v_i, v_j\}$ , která v grafu není znázorněná, je rovná ceně nejlevnější cesty mezi  $v_i$  a  $v_j$ . Najděte pro tuto úlohu hřebenovou nerovnost, která odřeže neceločíselné řešení

$$x_{14} = x_{25} = x_{36} = 1,$$

$$x_{12} = x_{23} = x_{13} = x_{46} = x_{56} = x_{45} = \frac{1}{2},$$

$$(\text{pro ostatní hrany } e \text{ je } x_e = 0).$$

[3 b]

**Úkol 5.6.** Najděte nebo vymyslete zajímavou aplikaci pro jeden ze speciálních případů diskutovaných v této sekci (problém batohu, TSP, facility location, set cover).

Navrhněte (zjednodušený) celočíselný model pro vybranou aplikaci a vysvětlete význam zvolených proměnných a omezujících podmínek. [3 b]