4 Obraz funkce a nelineární soustavy

Úloha 1. Dokažte či vyvraťte:

$$f(\cup_{i=1}^n \boldsymbol{x}_i) = \cup_{i=1}^n f(\boldsymbol{x}_i),$$
$$f(\cap_{i=1}^n \boldsymbol{x}_i) = \cap_{i=1}^n f(\boldsymbol{x}_i).$$
[4 b]

Úloha 2. Odvoďte vzorce pro sklony daných funkcí vzhledem k $S_f(x, a)$:

(a) $f(x)^n$, [2 b]

(b) $|f(x)|$. [4 b]

Úloha 3. S použitím MATLABu či jiného programu vypočtěte obálku funkce

$$f(x) = \frac{x_1^3 - x_1x_2}{x_1^2 + x_2^2}$$

nad $\boldsymbol{x} = ([2-\delta, 2+\delta], [2-\delta, 2+\delta])$ postupně pro $\delta \in \{0.01, 0.1, 1\}$ a za použití

(a) přirozeného intervalového rozšíření,

(b) mean value form,

(c) slope form. [6 b]

Úloha 4. Dřevěná koule má poloměr $1m$ a specifickou tíhu $g_{SP} = \frac{2}{3}$. Hloubka ponoření koule h je dána rovnicí $h^3 - 3h^2 + \frac{8}{3} = 0$. Nalezněte odhad hodnoty h. (Specifická tíha je dána poměrem hustoty daného objektu a hustoty vody o stejném objemu $g_{SP} = \rho_{koule}/\rho_{voda}$.) [4 b]

Úloha 5. Nalezněte obálku pro globální minimalizaci

$$\begin{aligned} &\min x_1 \\ &x_1^2 + x_2^2 \leq 1, \\ &x_1^2 + x_2 = 0. \end{aligned}$$
[4 b]

Anketa: Jaké téma se vám líbilo nejvíce/nejméně? Co bylo nejtěžší? Je nějaké intervalové téma, které byste chtěli do přednášky zahrnout? Další komentáře? [1 b]