Příklad 1. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 2. Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+c)x^2 + (a+c)x + (a+c).$$

Příklad 3. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1, 2, 0)$ a $(2, 0, 1)$ náleží do jádra a $f(1, 1, 1) = (3, 6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 4. Buď $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ báze vektorového prostoru V a $B^* = \{f_1, \ldots, f_n\}$ duální báze duálního prostoru V^*. Ukažte, že pro každé $v \in V$ a $f \in V^*$ platí

$$[f]_{B^*} = (f(v_1), \ldots, f(v_n))^T,$$
$$[v]_B = (f_1(v), \ldots, f_n(v))^T.$$

Příklad 5. Najděte LU rozklad matice A a vyřešte soustavu $Ax = b$ pro $b = (5, 0, 1)^T$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -5 & 12 \\ 0 & 2 & -10 \end{pmatrix}.$$

Příklad 1. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na".

Příklad 2. Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+c)x^2 + (a+c)x + (a+c).$$

Příklad 3. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1,2,0)$ a $(2,0,1)$ náleží do jádra a $f(1,1,1) = (3,6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 4. Buď $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ báze vektorového prostoru V a $B^* = \{f_1, \dots, f_n\}$ duální báze duálního prostoru V^*. Ukažte, že pro každé $v \in V$ a $f \in V^*$ platí

$$\begin{aligned} [f]_{B^*} &= (f(v_1), \dots, f(v_n))^T, \\ [v]_B &= (f_1(v), \dots, f_n(v))^T. \end{aligned}$$

Příklad 5. Najděte LU rozklad matice A a vyřešte soustavu $Ax = b$ pro $b = (5,0,1)^T$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -5 & 12 \\ 0 & 2 & -10 \end{pmatrix}.$$