Příklad 1. Rozhodněte, zda jsou následující vektory afinně nezávislé:

$$x_0 = (1,2,3), \quad x_1 = (2,2,1), \quad x_2 = (1,3,2), \quad x_3 = (2,1,3).$$

Příklad 2. Dokažte následující tvrzení:

a) Obraz afinního podprostoru při afinním zobrazení je afinní podprostor.
b) Složením dvou afinních zobrazení dostaneme opět afinní zobrazení.

Příklad 3. Rozhodněte, zda platí $M = N$ pro afinní prostory

a) $M = (1,1) + \mathrm{span}\{(1,2)\}$, $N = (2,3) + \mathrm{span}\{(2,4)\}$,
b) $M = (1,0,0) + \mathrm{span}\{(1,2,1),(2,1,0)\}$, $N = (2,-1,-1) + \mathrm{span}\{(0,3,2),(3,0,-1)\}$.

Příklad 4. Buď $S = \{a, v_1, \dots, v_n\}$ souřadný systém reálného afinního podprostoru $M = V + a$ a označme $B = \{v_1, \dots, v_n\}$. Dokažte, že platí:

a) pro každé $u, v \in M$ je $[u - v]_B = [u]_S - [v]_S$,
b) pro každé $u \in M, v \in V$ je $[u + v]_S = [u]_S + [v]_B$.

Opakování: průnik podprostorů

Příklad 5. Nechť U, V jsou vektorové podprostory v $\mathbb{Z}_5^4$ s bázemi

$$B_U = \{(1,2,3,4)^T, (2,0,2,1)^T\},$$
$$B_V = \{(0,4,4,2)^T, (0,1,2,3)^T, (3,0,1,4)^T\}.$$

Najděte bázi prostoru $U \cap V$.

Domácí úkol č. 10: Rozhodněte, zda jsou následující zobrazení afinní:

a) $f\colon \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}^{n\times n}$ s předpisem $f(A) = 2A + B$, kde $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ je pevná matice,
b) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1, 1)$.

[2 b]

Příklad 1. Rozhodněte, zda jsou následující vektory afinně nezávislé:

$$x_0 = (1,2,3), \quad x_1 = (2,2,1), \quad x_2 = (1,3,2), \quad x_3 = (2,1,3).$$

Příklad 2. Dokažte následující tvrzení:

a) Obraz afinního podprostoru při afinním zobrazení je afinní podprostor.
b) Složením dvou afinních zobrazení dostaneme opět afinní zobrazení.

Příklad 3. Rozhodněte, zda platí $M = N$ pro afinní prostory

a) $M = (1,1) + \mathrm{span}\{(1,2)\}$, $N = (2,3) + \mathrm{span}\{(2,4)\}$,
b) $M = (1,0,0) + \mathrm{span}\{(1,2,1),(2,1,0)\}$, $N = (2,-1,-1) + \mathrm{span}\{(0,3,2),(3,0,-1)\}$.

Příklad 4. Buď $S = \{a, v_1, \ldots, v_n\}$ souřadný systém reálného afinního podprostoru $M = V + a$ a označme $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$. Dokažte, že platí:

a) pro každé $u, v \in M$ je $[u - v]_B = [u]_S - [v]_S$,
b) pro každé $u \in M, v \in V$ je $[u + v]_S = [u]_S + [v]_B$.

Opakování: průnik podprostorů

Příklad 5. Nechť U, V jsou vektorové podprostory v $\mathbb{Z}_5^4$ s bázemi

$$B_U = \{(1,2,3,4)^T, (2,0,2,1)^T\},$$
$$B_V = \{(0,4,4,2)^T, (0,1,2,3)^T, (3,0,1,4)^T\}.$$

Najděte bázi prostoru $U \cap V$.

Domácí úkol č. 10: Rozhodněte, zda jsou následující zobrazení afinní:

a) $f\colon \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}^{n\times n}$ s předpisem $f(A) = 2A + B$, kde $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ je pevná matice,
b) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1, 1)$.

[2 b]