

Příklad 1. Spočítejte $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{2016}$.

Příklad 2. Uveďte různé podmínky pro regularitu matice. Je matice s jedním nulovým sloupcem (resp. řádkem) regulární nebo singularní?

Příklad 3. Porovnejte množiny řešení soustav $Ax = b$ a $(QA)x = Qb$ pro matici Q regulární, resp. Q singularní.

Příklad 4. Invertujte matice elementárních řádkových úprav:

- 1) vynásobení i -tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
- 2) přičtení α -násobku i -tého řádku k j -tému pro $i \neq j$,
- 3) výměna i -tého a j -tého řádku.

Příklad 5. Převedte matici A na redukovaný odstupňovaný tvar a запиšte $\text{RREF}(A)$ jako násobení A maticemi příslušných elementárních řádkových úprav. Co se stane po vynásobení A elementární maticí zprava?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 6. Buď $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symetrická regulární matice. Dokažte, že A^{-1} je také symetrická.

Příklad 7. Mějme matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulární a $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Vyjádřete neznámou matici $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ze vztahů

- a) $(AX)^T = D$,
- b) $A(BX)^T C = D$,
- c) $((X^{-1}A^{-1})^T - (B^T)^{-1})B^{-1} = 0$.

Domácí úkol č. 2: Matici $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ nazýváme *permutační*, pokud se dá vytvořit přeuspořádáním řádků I_n . Dokažte, že pro libovolnou permutační matici P platí

- a) $P^{-1} = P^T$, [1 b]
- b) $\exists k : P^k = I_n$. (*Hint: součin permutačních matic je opět permutační matice*) [1 b]