Příklad 1. Invertujte matice

$$\text{a)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \text{b)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \\ -1 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Příklad 2. Jak se změní inverzní matice k $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ pokud k prvku a_{ij} přičteme $\alpha \in \mathbb{R}$? Nápověda:

$$(A + bc^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{1}{1 + c^T A^{-1} b} A^{-1} bc^T A^{-1}$$

Příklad 3. Rozhodněte, zda je (Abelovou) grupou

a) $(\mathbb{Q}, \cdot)$,
b) $(\mathbb{Q}\setminus\{0\}, \circ)$, kde $a \circ b = |ab|$,
c) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : z \in \mathbb{Z} \right\}$ s maticovým násobením.

Příklad 4. Dokažte, že pro libovolné prvky a, b grupy $(G, \circ)$ platí následující vlastnosti:

a) inverzní prvek a^{-1} určen jednoznačně,
b) $(a^{-1})^{-1} = a$,
c) $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$.

Příklad 5. Buďte $(H_1, \circ)$ a $(H_2, \circ)$ podgrupy grupy $(G, \circ)$. Ukažte, že

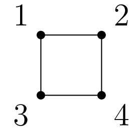
a) $(H_1 \cap H_2, \circ)$ je také podgrupa,
b) $(H_1 \cup H_2, \circ)$ je podgrupa právě tehdy, když $H_1 \subseteq H_2$ nebo $H_1 \supseteq H_2$.

Příklad 6. Mějme permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \qquad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Spočítejte $p \circ q$, $q \circ p$, $\mathrm{sgn}(p)$, p^{-1} a $\mathrm{sgn}(p^{-1})$.

Domácí úkol č. 3: Najděte všechny symetrie čtverce (rotace, osové symetrie), popište je permutacemi a ověřte, že je tato množina permutací uzavřená vzhledem k inverzi.



[3 b]