

Příklad 1. Definují následující předpisy bilineární formu $b(x, y): \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$?

a) $b(x, y) = x_1^2 + y_1^2 + 2x_2y_1$

b) $b(x, y) = x_1y_2 + x_2y_1$

c) $b(x, y) = x_1y_2 + x_2$

Příklad 2. Najděte matici bilineární formy

$$b(x, y) = x_1y_1 - x_1y_2 + 3x_2y_1 + 2x_2y_2 - 2x_3y_2$$

vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 3. Najděte matici kvadratické formy

$$f(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 - 2x_2x_3$$

vzhledem ke kanonické bázi. Dále, najděte symetrickou bilineární formu, která indukuje $f(x)$.

Příklad 4. Najděte matici kvadratické formy

$$2x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3 + x_3^2$$

vzhledem k bázi $B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$.

Příklad 5. Diagonalizujte kvadratické formy s maticemi

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

Příklad 6. Najděte bázi, vůči níž je diagonální matice kvadratické formy $f(x) = x^T Ax$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Příklad 1. Definují následující předpisy bilineární formu $b(x, y): \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$?

a) $b(x, y) = x_1^2 + y_1^2 + 2x_2y_1$

b) $b(x, y) = x_1y_2 + x_2y_1$

c) $b(x, y) = x_1y_2 + x_2$

Příklad 2. Najděte matici bilineární formy

$$b(x, y) = x_1y_1 - x_1y_2 + 3x_2y_1 + 2x_2y_2 - 2x_3y_2$$

vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 3. Najděte matici kvadratické formy

$$f(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 - 2x_2x_3$$

vzhledem ke kanonické bázi. Dále, najděte symetrickou bilineární formu, která indukuje $f(x)$.

Příklad 4. Najděte matici kvadratické formy

$$2x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3 + x_3^2$$

vzhledem k bázi $B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$.

Příklad 5. Diagonalizujte kvadratické formy s maticemi

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

Příklad 6. Najděte bázi, vůči níž je diagonální matice kvadratické formy $f(x) = x^T Ax$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$