Příklad 1. Při standardním skalárním součinu v $\mathbb{R}^4$ najděte ortonormální bázi prostoru generovaného vektory $x_1 = (1, 0, 1, 0), x_2 = (1, 1, 1, 1)$ a $x_3 = (1, 0, 0, 1)$.

Příklad 2. Co se stane, když použijeme Gramovu-Schmidtovu ortogonalizaci

a) na ortonormální vektory?

b) na ortogonální vektory?

c) na lineárně závislé vektory?

Příklad 3. Při standardním skalárním součinu v $\mathbb{C}^3$ najděte ortonormální bázi prostoru generovaného vektory $x_1 = (i, i, i)$, $x_2 = (0, i, i)$, $x_3 = (0, 0, i)$.

Příklad 4. Buď $\langle \cdot, \cdot \rangle$ skalární součin v prostoru s ortonormální bází $(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 1, 1)$. Spočítejte hodnotu $\langle (3, 1, 1), (2, 1, 6) \rangle$.

Příklad 5. Buď V vektorový prostor a $M, N \subseteq V$. Z definice ortogonálního doplňku dokažte, že platí:

a) $M \cap M^\perp \subseteq \{0\}$,

b) $(M \cup N)^\perp = M^\perp \cap N^\perp$.

Domácí úkol č. 2: Pomocí Gramovy-Schmidtovy ortogonalizační metody najděte ortonormální bázi podprostoru $\mathbb{R}^5$ popsaného soustavou rovnic

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 0, \\ x_1 + x_3 &= 0. \end{aligned}$$

[2 b]