

Příklad 1. Spočítejte determinant následujících matic Laplaceovým rozvojem:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 2. Řešte soustavy rovnic pomocí Cramerova pravidla:

$$\text{a) } \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 1 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & 3 \end{array} \right).$$

Příklad 3. Rozhodněte, zda platí $\det(AB) = \det(BA)$.

Příklad 4. Nad tělesem \mathbb{Z}_5 spočítejte determinant matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Příklad 5. Pomocí adjungované matice spočítejte A^{-1} pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 6. Určete objem elipsoidu, který je obrazem jednotkové koule při lineárním zobrazení s předpisem $f(1, 3, 1) = (3, 1, 0)$, $f(1, 0, 3) = (1, 0, 2)$, $f(1, 1, 1) = (4, 1, 5)$.

Domácí úkol č. 5: Spočítejte determinant matice

$$\begin{pmatrix} a_1 & b & \dots & b \\ b & a_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & b \\ b & \dots & b & a_n \end{pmatrix}.$$

[2 b]

Příklad 1. Spočítejte determinant následujících matic Laplaceovým rozvojem:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 2. Řešte soustavy rovnic pomocí Cramerova pravidla:

$$\text{a) } \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 1 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & 3 \end{array} \right).$$

Příklad 3. Rozhodněte, zda platí $\det(AB) = \det(BA)$.

Příklad 4. Nad tělesem \mathbb{Z}_5 spočítejte determinant matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Příklad 5. Pomocí adjungované matice spočítejte A^{-1} pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 6. Určete objem elipsoidu, který je obrazem jednotkové koule při lineárním zobrazení s předpisem $f(1, 3, 1) = (3, 1, 0)$, $f(1, 0, 3) = (1, 0, 2)$, $f(1, 1, 1) = (4, 1, 5)$.

Domácí úkol č. 5: Spočítejte determinant matice

$$\begin{pmatrix} a_1 & b & \dots & b \\ b & a_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & b \\ b & \dots & b & a_n \end{pmatrix}.$$

[2 b]