

Příklad 1. Ukažte, že podobnost matic jako binární relace je reflexivní, symetrická a tranzitivní.

Příklad 2. Buď $p(x)$ polynom a A, B podobné matice. Je matice $p(A)$ podobná $p(B)$?

Příklad 3. Diagonalizujte následující matice, nebo ukažte, že to není možné:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 4. Odvoďte předpis pro výpočet k -té mocniny matice $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$.

Příklad 5. Najděte všechny možné Jordanovy normální formy pro matici s charakteristickým polynomem $(\lambda - 1)^3(\lambda + 2)$.

Příklad 6. Najděte Jordanovu normální formu matic

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Domácí úkol č. 7: Nechť pro dané matice $A, B, C, D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ platí $A \sim B$ a $C \sim D$, kde \sim značí relaci podobnosti. Rozhodněte, zda platí následující vlastnosti (dokažte, nebo najděte protipříklad):

a) $(A + C) \sim (B + D)$, [1 b]

b) $AC \sim BD$. [1 b]

Příklad 1. Ukažte, že podobnost matic jako binární relace je reflexivní, symetrická a tranzitivní.

Příklad 2. Buď $p(x)$ polynom a A, B podobné matice. Je matice $p(A)$ podobná $p(B)$?

Příklad 3. Diagonalizujte následující matice, nebo ukažte, že to není možné:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 4. Odvoďte předpis pro výpočet k -té mocniny matice $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$.

Příklad 5. Najděte všechny možné Jordanovy normální formy pro matici s charakteristickým polynomem $(\lambda - 1)^3(\lambda + 2)$.

Příklad 6. Najděte Jordanovu normální formu matic

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Domácí úkol č. 7: Nechť pro dané matice $A, B, C, D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ platí $A \sim B$ a $C \sim D$, kde \sim značí relaci podobnosti. Rozhodněte, zda platí následující vlastnosti (dokažte, nebo najděte protipříklad):

a) $(A + C) \sim (B + D)$, [1 b]

b) $AC \sim BD$. [1 b]