

Příklad 1. Buď V vektorový prostor a $M, N \subseteq V$. Z definice ortogonálního doplňku dokažte, že platí:

- a) $M \cap M^\perp \subseteq \{0\}$,
- b) $(M \cup N)^\perp = M^\perp \cap N^\perp$.

Příklad 2. Pomocí ortonormální báze najděte projekci vektoru $x = (1, 2, 4, 5)$ do podprostoru V generovaného vektory

$$x_1 = (1, 0, 1, 0), x_2 = (1, 1, 1, 1), x_3 = (1, 0, 0, 1)$$

a určete vzdálenost vektoru x od V při standardním skalárním součinu.

Příklad 3. Buď $V = \text{span}\{(1, 0, 0), (0, 1, 1)\}$. Rozložte vektor $u = (3, 2, 6)$ na součet $u = v + w$, kde $v \in V$ a $w \in V^\perp$.

Příklad 4. Při standardním skalárním součinu v \mathbb{R}^3 najděte ortogonální doplněk prostoru $\text{span}\{(1, 2, 3), (1, -1, 0)\}$.

Příklad 5.

- a) Sestrojte matici projekce (jakožto lineárního zobrazení) do prostoru V generovaného vektorem $(2, 1, 1)$.
- b) Spočítejte projekci vektorů $(4, 2, 2)$ a $(0, 1, -1)$ do prostoru V .

Příklad 6. Při standardním skalárním součinu v \mathbb{R}^n odvoďte vzorec pro výpočet vzdálenosti $c \in \mathbb{R}^n$ od podprostoru $a^T x = 0$, kde $a \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$.

Příklad 1. Buď V vektorový prostor a $M, N \subseteq V$. Z definice ortogonálního doplňku dokažte, že platí:

- a) $M \cap M^\perp \subseteq \{0\}$,
- b) $(M \cup N)^\perp = M^\perp \cap N^\perp$.

Příklad 2. Pomocí ortonormální báze najděte projekci vektoru $x = (1, 2, 4, 5)$ do podprostoru V generovaného vektory

$$x_1 = (1, 0, 1, 0), x_2 = (1, 1, 1, 1), x_3 = (1, 0, 0, 1)$$

a určete vzdálenost vektoru x od V při standardním skalárním součinu.

Příklad 3. Buď $V = \text{span}\{(1, 0, 0), (0, 1, 1)\}$. Rozložte vektor $u = (3, 2, 6)$ na součet $u = v + w$, kde $v \in V$ a $w \in V^\perp$.

Příklad 4. Při standardním skalárním součinu v \mathbb{R}^3 najděte ortogonální doplněk prostoru $\text{span}\{(1, 2, 3), (1, -1, 0)\}$.

Příklad 5.

- a) Sestrojte matici projekce (jakožto lineárního zobrazení) do prostoru V generovaného vektorem $(2, 1, 1)$.
- b) Spočítejte projekci vektorů $(4, 2, 2)$ a $(0, 1, -1)$ do prostoru V .

Příklad 6. Při standardním skalárním součinu v \mathbb{R}^n odvoďte vzorec pro výpočet vzdálenosti $c \in \mathbb{R}^n$ od podprostoru $a^T x = 0$, kde $a \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$.