

8. Vlastní čísla – diagonalizovatelnost

Cv. 8.1 Určete, zda jsou následující matice diagonalizovatelné:

$$(a) A_1 = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(b) A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Cv. 8.2 Ukažte, že matice B není diagonalizovatelná:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Cv. 8.3 Pro diagonalizovatelnou matici C spočtěte třetí mocninu a druhou odmocninu. Odmocninou rozumějte takovou matici, jejíž druhá mocnina je daná matice.

$$C = \begin{pmatrix} -11 & 30 \\ -10 & 24 \end{pmatrix}$$

Cv. 8.4 Rozložte následující matice na součin SDS^{-1} , kde matice S je regulární a matice D je diagonální:

$$(a) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix},$$

$$(b) \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(c) \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix},$$

$$(d) \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$