

(9b) Jordanova normální forma, Symetrické matice

Příklad 9b.1. Najděte všechny možné Jordanovy normální formy pro matici s charakteristickým polynomem $(\lambda - 1)^3(\lambda + 2)$.

Příklad 9b.2. Určete, kolik je tříd ekvivalence podobnosti pro:

- (a) matice řádu 4 s vlastním číslem 7,
- (b) matice řádu 3 s vlastními čísly 5 a 7,
- (c) matice řádu 4 s vlastními čísly 5 a 7.

Příklad 9b.3. Najděte Jordanovu normální formu matic

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Příklad 9b.4. Najděte spektrální rozklad ve tvaru $Q\Lambda Q^T$ (pro Q ortogonální a Λ diagonální) symetrických matic

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Příklad 9b.5. Ukažte, že rozklad $A = Q\Lambda Q^T$, kde Λ je diagonální a Q ortogonální, existuje pouze pro symetrické matice.