

Positivně (semi-)definitní matice

Úkol 10.1. Pro $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ definujme relace \prec, \preceq předpisem $A \prec B$ (resp. $A \preceq B$) pokud $B - A$ je pozitivně definitní (resp. pozitivně semidefinitní).

- (a) Necht' $0 \prec A$. Rozhodněte, zda platí $0 \prec A^{-1}$.
- (b) Necht' $A \preceq B$. Rozhodněte, zda platí $V^T A V \preceq V^T B V$ pro $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$.
- (c) Necht' $0 \prec A, B$. Rozhodněte, zda platí $0 \prec AB + BA$.
- (d) Necht' $0 \preceq A \preceq B$. Rozhodněte, zda platí $A^2 \preceq B^2$. [10 b]