

Markovovy řetězce a nezáporné matice

Úkol 9.1. Počasí v Matfyzákově se řídí následujícími pravidly:

- Každý den je buď slunečno, nebo deštivo.
- Pravděpodobnost, že slunečný den bude následován dalším slunečným dnem, je 80%.
- Pravděpodobnost, že deštivý den bude následován dalším deštivým dnem je 40%.

S využitím Markovových řetězců a souvisejících metod lineární algebry zjistěte:

- (a) Jaká je pravděpodobnost, že pozítří bude slunečno, pokud dnes bylo deštivo?
- (b) Jaké je limitní rozložení pravděpodobnosti za delší časový horizont? [7 b]

Úkol 9.2. Matice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je *markovská*, pokud $a_{ij} \in [0, 1]$ pro všechna $i, j \in \{1, \dots, n\}$ a součet každého sloupce je 1.

Dokažte, že součin markovských matic je opět markovská matice. [3 b]