

Bonusové úkoly

Bonusové úkoly lze použít k nahrazení chybějících bodů za domácí úkoly a písemky.

Bonus 1. Zdůvodněte, proč jsou následující formy bilineární a nalezněte jejich maticovou reprezentaci:

(a) násobení reálných čísel, [1 b]

(b) $b: \mathbb{Z}_2^n \times \mathbb{Z}_2^n \rightarrow \mathbb{Z}$ danou $b(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n ix_i \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^n jy_j \right)$. [2 b]

Bonus 2. Uvažujte kvadratickou formu $c: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danou předpisem

$$c(x) = x_1^2 - 6x_1x_2 + 9x_2^2.$$

Určete její maticovou reprezentaci vůči bázi $B = \{(1, 2)^T, (1, 1)^T\}$. [2 b]

Bonus 3. Ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}^3$ mějte kvadratickou formu

$$g(x, y, z) = 2x^2 - 2xy + 4xz + y^2 + 2z^2.$$

Najděte polární bázi formy g a určete její signaturu. [3 b]

Bonus 4. Rozhodněte, zda existuje báze $\mathbb{R}^3$ taková, že matice formy g (z předchozí úlohy) vůči této bázi je

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad [2 b]$$