Příklad 1. Buď $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineární zobrazení zadané

$$f(1,0,1) = (0,1), \quad f(0,1,1) = (-1,0), \quad f(1,1,0) = (1,0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra f a najděte jejich báze.

Příklad 2. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 3. Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+c)x^2 + (a+c)x + (a+c).$$

Příklad 4. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1,2,0)$ a $(2,0,1)$ náleží do jádra a $f(1,1,1) = (3,6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 5. Najděte LU rozklad matice A a vyřešte soustavu $Ax = b$ pro $b = (5,0,1)^T$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -5 & 12 \\ 0 & 2 & -10 \end{pmatrix}.$$

Domácí úkol č. 10: Rozhodněte, zda jsou následující zobrazení prostá a „na“:

a) zobrazení $f\colon \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}$ s předpisem

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto ad - bc,$$

b) zobrazení $g\colon \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^4$ s předpisem

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a+b+c+d \\ a+b+c \\ a+b \\ a \end{pmatrix}.$$

Příklad 1. Buď $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineární zobrazení zadané

$$f(1,0,1) = (0,1), \quad f(0,1,1) = (-1,0), \quad f(1,1,0) = (1,0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra f a najděte jejich báze.

Příklad 2. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 3. Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+c)x^2 + (a+c)x + (a+c).$$

Příklad 4. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1,2,0)$ a $(2,0,1)$ náleží do jádra a $f(1,1,1) = (3,6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 5. Najděte LU rozklad matice A a vyřešte soustavu $Ax = b$ pro $b = (5,0,1)^T$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -5 & 12 \\ 0 & 2 & -10 \end{pmatrix}.$$

Domácí úkol č. 10: Rozhodněte, zda jsou následující zobrazení prostá a „na“:

a) zobrazení $f\colon \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}$ s předpisem

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto ad - bc,$$

b) zobrazení $g\colon \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^4$ s předpisem

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a+b+c+d \\ a+b+c \\ a+b \\ a \end{pmatrix}.$$