Příklad 1. Uveďte různé podmínky pro regularitu matice. Je matice s jedním nulovým sloupcem (resp. řádkem) regulární nebo singulární?

Příklad 2. Porovnejte množiny řešení soustav $Ax = b$ a $(QA)x = Qb$ pro matici Q regulární, resp. Q singulární.

Příklad 3. Invertujte matice elementárních řádkových úprav:

1) vynásobení i-tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
2) přičtení α-násobku i-tého řádku k j-tému pro $i \neq j$,
3) výměna i-tého a j-tého řádku.

Příklad 4. Převeďte matici A na redukovaný odstupňovaný tvar a zapište $\mathrm{RREF}(A)$ jako násobení A maticemi příslušných elementárních řádkových úprav. Co se stane po vynásobení A elementární maticí zprava?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 5. Buď $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symetrická regulární matice. Dokažte, že A^{-1} je také symetrická.

Příklad 6. Mějme matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n\times n}$ regulární a $D \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Vyjádřete neznámou matici $X \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ze vztahů

a) $(AX)^T = D$,
b) $A(BX)^T C = D$,
c) $((X^{-1}A^{-1})^T - (B^T)^{-1})B^{-1} = 0$.

Domácí úkol č. 2: Matici $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ nazýváme *permutační*, pokud se dá vytvořit přeuspořádáním řádků I_n. Dokažte, že pro libovolnou permutační matici P platí

a) $P^{-1} = P^T$, [1 b]
b) $\exists k : P^k = I_n$. *(Hint: součin permutačních matic je opět permutační matice)* [1 b]

Příklad 1. Uveďte různé podmínky pro regularitu matice. Je matice s jedním nulovým sloupcem (resp. řádkem) regulární nebo singulární?

Příklad 2. Porovnejte množiny řešení soustav $Ax = b$ a $(QA)x = Qb$ pro matici Q regulární, resp. Q singulární.

Příklad 3. Invertujte matice elementárních řádkových úprav:

1) vynásobení i-tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
2) přičtení α-násobku i-tého řádku k j-tému pro $i \neq j$,
3) výměna i-tého a j-tého řádku.

Příklad 4. Převeďte matici A na redukovaný odstupňovaný tvar a zapište RREF(A) jako násobení A maticemi příslušných elementárních řádkových úprav. Co se stane po vynásobení A elementární maticí zprava?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 5. Buď $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symetrická regulární matice. Dokažte, že A^{-1} je také symetrická.

Příklad 6. Mějme matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n\times n}$ regulární a $D \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Vyjádřete neznámou matici $X \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ze vztahů

a) $(AX)^T = D$,
b) $A(BX)^T C = D$,
c) $((X^{-1}A^{-1})^T - (B^T)^{-1})B^{-1} = 0$.

Domácí úkol č. 2: Matici $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ nazýváme *permutační*, pokud se dá vytvořit přeuspořádáním řádků I_n. Dokažte, že pro libovolnou permutační matici P platí

a) $P^{-1} = P^T$, [1 b]
b) $\exists k : P^k = I_n$. *(Hint: součin permutačních matic je opět permutační matice)* [1 b]