Příklad 1. Uvažujme v $\mathbb{R}^3$ báze

$$B_1 = \{(1,1,1),(0,1,-1),(2,0,1)\}, \quad B_2 = \{(3,2,2),(1,0,1),(1,2,2)\}.$$

a) Sestrojte matici přechodu od báze B_2 do kanonické báze.
b) Sestrojte matici přechodu od kanonické báze do B_1.
c) Určete souřadnice vektoru $(1,2,0)$ vzhledem k bázi B_1.
d) Sestrojte matici přechodu od báze B_2 k bázi B_1.

Příklad 2. Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B' = \{(1,1,0)^T, (1,0,0)^T, (0,1,-1)^T\}.$$

Najděte bázi B tak, aby A byla maticí přechodu

a) od báze B do báze B', tj. ${}_{B'}[id]_B$,
b) od báze B' do báze B, tj. ${}_{B}[id]_{B'}$.

Příklad 3. Uvažujme lineární zobrazení $f\colon \mathcal{P}^2 \to \mathcal{P}^2$ zadané maticí

$${}_{B_1}[f]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

vzhledem k bázi $B_1 = \{1, 1+x, x^2\}$. Najděte matici zobrazení ${}_{B_2}[f]_{B_2}$ pro $B_2 = \{1, x, 1+x^2\}$.

Příklad 4. Ukažte, že zobrazení s předpisem

$$f(x,y,z) = (x+y-2z, y-z, x-y+z)$$

je isomorfismem na prostoru $\mathbb{R}^3$ a sestrojte matici inverzního zobrazení f^{-1}.

Příklad 5. Buď $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineární zobrazení zadané

$$f(1,0,1) = (0,1), \quad f(0,1,1) = (-1,0), \quad f(1,1,0) = (1,0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra f a najděte jejich báze.

Příklad 6. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 1. Uvažujme v $\mathbb{R}^3$ báze

$$B_1 = \{(1,1,1),(0,1,-1),(2,0,1)\}, \quad B_2 = \{(3,2,2),(1,0,1),(1,2,2)\}.$$

a) Sestrojte matici přechodu od báze B_2 do kanonické báze.
b) Sestrojte matici přechodu od kanonické báze do B_1.
c) Určete souřadnice vektoru $(1,2,0)$ vzhledem k bázi B_1.
d) Sestrojte matici přechodu od báze B_2 k bázi B_1.

Příklad 2. Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B' = \{(1,1,0)^T, (1,0,0)^T, (0,1,-1)^T\}.$$

Najděte bázi B tak, aby A byla maticí přechodu

a) od báze B do báze B', tj. ${}_{B'}[id]_B$,
b) od báze B' do báze B, tj. ${}_{B}[id]_{B'}$.

Příklad 3. Uvažujme lineární zobrazení $f\colon \mathcal{P}^2 \to \mathcal{P}^2$ zadané maticí

$${}_{B_1}[f]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

vzhledem k bázi $B_1 = \{1, 1+x, x^2\}$. Najděte matici zobrazení ${}_{B_2}[f]_{B_2}$ pro $B_2 = \{1, x, 1+x^2\}$.

Příklad 4. Ukažte, že zobrazení s předpisem

$$f(x,y,z) = (x+y-2z, y-z, x-y+z)$$

je isomorfismem na prostoru $\mathbb{R}^3$ a sestrojte matici inverzního zobrazení f^{-1}.

Příklad 5. Buď $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineární zobrazení zadané

$$f(1,0,1) = (0,1), \quad f(0,1,1) = (-1,0), \quad f(1,1,0) = (1,0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra f a najděte jejich báze.

Příklad 6. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.