

Příklad 1. Ukažte, že elementární řádkové úpravy

- a) přičtení α -násobku j -tého řádku k i -tému pro $i \neq j$,
- b) výměna i -tého a j -tého řádku,

se dají vyjádřit pomocí

- c) vynásobení i -tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
- d) přičtení j -tého řádku k i -tému.

Příklad 2. Vyřešte Gaussovou eliminací následující soustavy lineárních rovnic a určete hodnot matic:

$$\text{a) } \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & -3 & 6 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \end{array} \right), \quad \text{c) } \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 5 & -9 & 5 & 1 \end{array} \right).$$

Jaká řešení dostaneme pro $b = 0$?

Příklad 3. Vyřešte lineární soustavu s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

$$\text{a) } \left(\begin{array}{cc|c} a & 1 & a^2 \\ 1 & a & 1 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right).$$

Příklad 4. Kolik existuje různých odstupňovaných tvarů pro matice 3×4 (bez ohledu na konkrétní hodnoty prvků)? A kolik pro matice $n \times n$?

Příklad 5. Vyřešte Gauss–Jordanovou eliminací následující soustavy lineárních rovnic:

$$\text{a) } \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 7 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right), \quad \text{c) } \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & -3 & -9 \\ 1 & -5 & 4 & 13 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right).$$

Příklad 6. Uvažujme soustavu

$$\left(\begin{array}{cc|c} 10^{-3} & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right).$$

- a) Vyřešte soustavu přesně.
- b) Vyřešte soustavu s aritmetikou s omezenou přesností na 3 číslice bez pivotizace.
- c) Vyřešte soustavu s aritmetikou s omezenou přesností na 3 číslice a s částečnou pivotizací (pivotem je kandidát s největší absolutní hodnotou).

Příklad 1. Ukažte, že elementární řádkové úpravy

- a) přičtení α -násobku j -tého řádku k i -tému pro $i \neq j$,
- b) výměna i -tého a j -tého řádku,

se dají vyjádřit pomocí

- c) vynásobení i -tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
- d) přičtení j -tého řádku k i -tému.

Příklad 2. Vyřešte Gaussovou eliminací následující soustavy lineárních rovnic a určete hodnot matic:

$$\text{a) } \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & -3 & 6 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \end{array} \right), \quad \text{c) } \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 5 & -9 & 5 & 1 \end{array} \right).$$

Jaká řešení dostaneme pro $b = 0$?

Příklad 3. Vyřešte lineární soustavu s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

$$\text{a) } \left(\begin{array}{cc|c} a & 1 & a^2 \\ 1 & a & 1 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right).$$

Příklad 4. Kolik existuje různých odstupňovaných tvarů pro matice 3×4 (bez ohledu na konkrétní hodnoty prvků)? A kolik pro matice $n \times n$?

Příklad 5. Vyřešte Gauss–Jordanovou eliminací následující soustavy lineárních rovnic:

$$\text{a) } \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 7 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right), \quad \text{c) } \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & -3 & -9 \\ 1 & -5 & 4 & 13 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right).$$

Příklad 6. Uvažujme soustavu

$$\left(\begin{array}{cc|c} 10^{-3} & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right).$$

- a) Vyřešte soustavu přesně.
- b) Vyřešte soustavu s aritmetikou s omezenou přesností na 3 číslice bez pivotizace.
- c) Vyřešte soustavu s aritmetikou s omezenou přesností na 3 číslice a s částečnou pivotizací (pivotem je kandidát s největší absolutní hodnotou).