

**Příklad 1.** Mějme matice  $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulární a  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Vyjádřete neznámou matici  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ze vztahů

- a)  $(AX)^T = D,$
- b)  $A(BX)^T C = D,$
- c)  $((X^{-1}A^{-1})^T - (B^T)^{-1})B^{-1} = 0.$

**Příklad 2.** Rozhodněte, pro která  $a, b \in \mathbb{R}$  je matice řádu  $n \geq 2$  regulární:

$$\begin{pmatrix} a & b & \dots & b \\ b & a & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & b \\ b & \dots & b & a \end{pmatrix}$$

**Příklad 3.** Invertujte matice

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 4.** Jak se změní inverzní matice k  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  pokud k prvku  $a_{ij}$  přičteme  $\alpha \in \mathbb{R}$ ?  
Nápověda:

$$(A + bc^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{1}{1 + c^T A^{-1} b} A^{-1} b c^T A^{-1}$$

**Příklad 5.** Invertujte matici

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 6.** Vyjádřete:

- a)  $\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1}$  pro  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulární,
- b)  $\begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1}$  pro  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulární,
- c)  $\begin{pmatrix} I & A & C \\ 0 & I & B \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}^{-1}$  pro  $A, B, C$  čtvercové.

**Příklad 1.** Mějme matice  $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulární a  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Vyjádřete neznámou matici  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ze vztahů

- a)  $(AX)^T = D,$
- b)  $A(BX)^T C = D,$
- c)  $((X^{-1}A^{-1})^T - (B^T)^{-1})B^{-1} = 0.$

**Příklad 2.** Rozhodněte, pro která  $a, b \in \mathbb{R}$  je matice řádu  $n \geq 2$  regulární:

$$\begin{pmatrix} a & b & \dots & b \\ b & a & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & b \\ b & \dots & b & a \end{pmatrix}$$

**Příklad 3.** Invertujte matice

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 4.** Jak se změní inverzní matice k  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  pokud k prvku  $a_{ij}$  přičteme  $\alpha \in \mathbb{R}$ ?  
Nápověda:

$$(A + bc^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{1}{1 + c^T A^{-1} b} A^{-1} b c^T A^{-1}$$

**Příklad 5.** Invertujte matici

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 6.** Vyjádřete:

- a)  $\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1}$  pro  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulární,
- b)  $\begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1}$  pro  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulární,
- c)  $\begin{pmatrix} I & A & C \\ 0 & I & B \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}^{-1}$  pro  $A, B, C$  čtvercové.