Příklad 1. Ukažte, že zobrazení s předpisem

$$f(x,y,z) = (x+y-2z, y-z, x-y+z)$$

je isomorfismem na prostoru $\mathbb{R}^3$ a sestrojte matici inverzního zobrazení f^{-1}.

Příklad 2. Buď $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineární zobrazení zadané

$$f(1,0,1) = (0,1), \quad f(0,1,1) = (-1,0), \quad f(1,1,0) = (1,0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra f a najděte jejich báze.

Příklad 3. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 4. Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+c)x^2 + (a+c)x + (a+c).$$

Příklad 5. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1,2,0)$ a $(2,0,1)$ náleží do jádra a $f(1,1,1) = (3,6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 6. Mějme lineární zobrazení $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathcal{P}^2$ a $g\colon \mathcal{P}^2 \to \mathbb{R}^3$ zadané následovně:

$$\begin{aligned} f(1,0,0) &= 2x^2 + x + 2, & g(2x^2 + x) &= (2,-1,8),\\ f(0,1,0) &= -2x + 1, & g(x^2 + x) &= (3,2,5),\\ f(0,0,1) &= 3x^2 + 3, & g(-x^2 - x + 1) &= (-1,3,-9). \end{aligned}$$

Spočítejte matici složeného zobrazení $g \circ f$ vzhledem ke kanonické bázi. Je toto zobrazení prosté a je na?

Příklad 1. Ukažte, že zobrazení s předpisem

$$f(x,y,z) = (x + y - 2z, y - z, x - y + z)$$

je isomorfismem na prostoru $\mathbb{R}^3$ a sestrojte matici inverzního zobrazení f^{-1}.

Příklad 2. Buď $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineární zobrazení zadané

$$f(1,0,1) = (0,1), \quad f(0,1,1) = (-1,0), \quad f(1,1,0) = (1,0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra f a najděte jejich báze.

Příklad 3. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 4. Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+c)x^2 + (a+c)x + (a+c).$$

Příklad 5. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1,2,0)$ a $(2,0,1)$ náleží do jádra a $f(1,1,1) = (3,6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 6. Mějme lineární zobrazení $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathcal{P}^2$ a $g\colon \mathcal{P}^2 \to \mathbb{R}^3$ zadané následovně:

$$\begin{aligned} f(1,0,0) &= 2x^2 + x + 2, & g(2x^2 + x) &= (2,-1,8), \\ f(0,1,0) &= -2x + 1, & g(x^2 + x) &= (3,2,5), \\ f(0,0,1) &= 3x^2 + 3, & g(-x^2 - x + 1) &= (-1,3,-9). \end{aligned}$$

Spočítejte matici složeného zobrazení $g \circ f$ vzhledem ke kanonické bázi. Je toto zobrazení prosté a je na?