

**Příklad 1.** Vyřešte lineární soustavu s parametrem  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\text{a) } \left( \begin{array}{cc|c} a & 1 & a^2 \\ 1 & a & 1 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left( \begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right).$$

**Příklad 2.** Vyřešte Gauss–Jordanovou eliminací následující soustavy lineárních rovnic:

$$\text{a) } \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 7 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right), \quad \text{c) } \left( \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & -3 & -9 \\ 1 & -5 & 4 & 13 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right).$$

**Příklad 3.** Uvažujme soustavu

$$\left( \begin{array}{cc|c} 10^{-3} & -1 & 1 \\ & 1 & 1 & 0 \end{array} \right).$$

- Vyřešte soustavu přesně.
- Vyřešte soustavu s aritmetikou s omezenou přesností na 3 číslice bez pivotizace.
- Vyřešte soustavu s aritmetikou s omezenou přesností na 3 číslice a s částečnou pivotizací (pivotem je kandidát s největší absolutní hodnotou).

**Příklad 4.** Spočítejte  $A + B$ ,  $2 \cdot A$ ,  $B \cdot C$ ,  $C \cdot B$  a  $C^T$  pro matice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 8 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -2 \\ 6 & -3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 5.** Dokažte následující vlastnosti pro  $\alpha \in \mathbb{R}$  a  $A, B, C$  matice vhodných rozměrů:

- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $A \cdot I_n = A$
- $e_i^T A = A_{i*}$
- $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
- $(AB)^T = B^T A^T$
- $A(B + C) = AB + AC$
- matice  $A^T A$  je symetrická

**Příklad 6.** Spočítejte  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{2018}$ .

**Příklad 1.** Vyřešte lineární soustavu s parametrem  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\text{a) } \left( \begin{array}{cc|c} a & 1 & a^2 \\ 1 & a & 1 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left( \begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right).$$

**Příklad 2.** Vyřešte Gauss–Jordanovou eliminací následující soustavy lineárních rovnic:

$$\text{a) } \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 7 \end{array} \right), \quad \text{b) } \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right), \quad \text{c) } \left( \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & -3 & -9 \\ 1 & -5 & 4 & 13 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right).$$

**Příklad 3.** Uvažujme soustavu

$$\left( \begin{array}{cc|c} 10^{-3} & -1 & 1 \\ & 1 & 0 \end{array} \right).$$

- Vyřešte soustavu přesně.
- Vyřešte soustavu s aritmetikou s omezenou přesností na 3 číslice bez pivotizace.
- Vyřešte soustavu s aritmetikou s omezenou přesností na 3 číslice a s částečnou pivotizací (pivotem je kandidát s největší absolutní hodnotou).

**Příklad 4.** Spočítejte  $A + B$ ,  $2 \cdot A$ ,  $B \cdot C$ ,  $C \cdot B$  a  $C^T$  pro matice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 8 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -2 \\ 6 & -3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 5.** Dokažte následující vlastnosti pro  $\alpha \in \mathbb{R}$  a  $A, B, C$  matice vhodných rozměrů:

- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $A \cdot I_n = A$
- $e_i^T A = A_{i*}$
- $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
- $(AB)^T = B^T A^T$
- $A(B + C) = AB + AC$
- matice  $A^T A$  je symetrická

**Příklad 6.** Spočítejte  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{2018}$ .