

Příklad 1. Rozhodněte, zda platí pro čtvercové matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$:

- 1) $AB = 0 \Leftrightarrow (A = 0 \vee B = 0)$,
- 2) $AB = AC \Rightarrow B = C$.

Příklad 2.

- 1) Buď $a, b \in \mathbb{R}^n$. Určete $\text{rank}(ab^T)$.
- 2) Rozhodněte, zda pro každé $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je $\text{rank}(AB) = \text{rank}(BA)$.
- 3) Rozhodněte, zda existují $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tak, že $\text{rank}(AB) < \min\{\text{rank}(A), \text{rank}(B)\}$.

Příklad 3. Uveďte různé podmínky pro regularitu matice. Je matice s jedním nulovým sloupcem (resp. řádkem) regulární nebo singulární?

Příklad 4. Porovnejte množiny řešení soustav $Ax = b$ a $(QA)x = Qb$ pro matici Q regulární, resp. Q singulární.

Příklad 5. Invertujte matice elementárních řádkových úprav:

- 1) vynásobení i -tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
- 2) přičtení α -násobku i -tého řádku k j -tému pro $i \neq j$,
- 3) výměna i -tého a j -tého řádku.

Příklad 6. Převedte matici A na redukovaný odstupňovaný tvar a запиšte $\text{RREF}(A)$ jako násobení A maticemi příslušných elementárních řádkových úprav. Co se stane po vynásobení A elementární maticí zprava?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 7. Mějme matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulární a $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Vyjádřete neznámou matici $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ze vztahů

- a) $(AX)^T = D$,
- b) $A(BX)^T C = D$,
- c) $((X^{-1}A^{-1})^T - (B^T)^{-1})B^{-1} = 0$.

Příklad 1. Rozhodněte, zda platí pro čtvercové matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$:

- 1) $AB = 0 \Leftrightarrow (A = 0 \vee B = 0)$,
- 2) $AB = AC \Rightarrow B = C$.

Příklad 2.

- 1) Buď $a, b \in \mathbb{R}^n$. Určete $\text{rank}(ab^T)$.
- 2) Rozhodněte, zda pro každé $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je $\text{rank}(AB) = \text{rank}(BA)$.
- 3) Rozhodněte, zda existují $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tak, že $\text{rank}(AB) < \min\{\text{rank}(A), \text{rank}(B)\}$.

Příklad 3. Uveďte různé podmínky pro regularitu matice. Je matice s jedním nulovým sloupcem (resp. řádkem) regulární nebo singularní?

Příklad 4. Porovnejte množiny řešení soustav $Ax = b$ a $(QA)x = Qb$ pro matici Q regulární, resp. Q singularní.

Příklad 5. Invertujte matice elementárních řádkových úprav:

- 1) vynásobení i -tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
- 2) přičtení α -násobku i -tého řádku k j -tému pro $i \neq j$,
- 3) výměna i -tého a j -tého řádku.

Příklad 6. Převedte matici A na redukovaný odstupňovaný tvar a запиšte $\text{RREF}(A)$ jako násobení A maticemi příslušných elementárních řádkových úprav. Co se stane po vynásobení A elementární maticí zprava?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 7. Mějme matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulární a $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Vyjádřete neznámou matici $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ze vztahů

- a) $(AX)^T = D$,
- b) $A(BX)^T C = D$,
- c) $((X^{-1}A^{-1})^T - (B^T)^{-1})B^{-1} = 0$.