

**Příklad 1.** Rozhodněte, pro která  $a, b \in \mathbb{R}$  je matice řádu  $n \geq 2$  regulární:

$$\begin{pmatrix} a & b & \dots & b \\ b & a & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & b \\ b & \dots & b & a \end{pmatrix}$$

**Příklad 2.** Invertujte matice

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 3.** Jak se změní inverzní matice k  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  pokud k prvku  $a_{ij}$  přičteme  $\alpha \in \mathbb{R}$ ?  
Nápověda:

$$(A + bc^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{1}{1 + c^T A^{-1} b} A^{-1} bc^T A^{-1}$$

**Příklad 4.** Invertujte matice řádu  $n$ :

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{pmatrix}.$$

**Příklad 5.** Vyjádřete:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1} \text{ pro } A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{n \times n} \text{ regulární,}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1} \text{ pro } A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{n \times n} \text{ regulární,}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} I & A & C \\ 0 & I & B \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}^{-1} \text{ pro } A, B, C \text{ čtvercové.}$$

**Příklad 1.** Rozhodněte, pro která  $a, b \in \mathbb{R}$  je matice řádu  $n \geq 2$  regulární:

$$\begin{pmatrix} a & b & \dots & b \\ b & a & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & b \\ b & \dots & b & a \end{pmatrix}$$

**Příklad 2.** Invertujte matice

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 3.** Jak se změní inverzní matice k  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  pokud k prvku  $a_{ij}$  přičteme  $\alpha \in \mathbb{R}$ ?  
Nápověda:

$$(A + bc^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{1}{1 + c^T A^{-1} b} A^{-1} bc^T A^{-1}$$

**Příklad 4.** Invertujte matice řádu  $n$ :

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{pmatrix}.$$

**Příklad 5.** Vyjádřete:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1} \text{ pro } A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{n \times n} \text{ regulární,}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1} \text{ pro } A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{n \times n} \text{ regulární,}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} I & A & C \\ 0 & I & B \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}^{-1} \text{ pro } A, B, C \text{ čtvercové.}$$