

Příklad 1. Rozhodněte, zda je podgrupou:

- a) $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, +) \leq (\mathbb{R}, +)$,
- b) $(\mathbb{Q}^+, \cdot) \leq (\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$, kde $\mathbb{Q}^+ = \{q \in \mathbb{Q} : q > 0\}$,
- c) (sudá celá čísla, $+$) $\leq (\mathbb{Z}, +)$,
- d) (lichá celá čísla, $+$) $\leq (\mathbb{Z}, +)$.

Příklad 2. Buďte (H_1, \circ) a (H_2, \circ) podgrupy grupy (G, \circ) . Ukažte, že

- a) $(H_1 \cap H_2, \circ)$ je také podgrupa,
- b) $(H_1 \cup H_2, \circ)$ je podgrupa právě tehdy, když $H_1 \subseteq H_2$ nebo $H_1 \supseteq H_2$.

Příklad 3. Mějme permutace

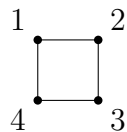
$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Spočítejte $p \circ q$, $q \circ p$, $\text{sgn}(p)$, p^{-1} a $\text{sgn}(p^{-1})$.

Příklad 4. Spočítejte mocniny p^{10} a q^{99} pro permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 5. Najděte všechny symetrie čtverce (rotace, osové symetrie) a popište je permutacemi. Ověřte, že tato množina permutací je uzavřená vzhledem k inverzi.



Příklad 6. Určete znaménko permutace

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 2n \\ 1 & 3 & 5 & \dots & 2n-1 & 2 & 4 & 6 & \dots & 2n \end{pmatrix}.$$

Příklad 1. Rozhodněte, zda je podgrupou:

- a) $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, +) \leq (\mathbb{R}, +)$,
- b) $(\mathbb{Q}^+, \cdot) \leq (\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$, kde $\mathbb{Q}^+ = \{q \in \mathbb{Q} : q > 0\}$,
- c) (sudá celá čísla, $+$) $\leq (\mathbb{Z}, +)$,
- d) (lichá celá čísla, $+$) $\leq (\mathbb{Z}, +)$.

Příklad 2. Buďte (H_1, \circ) a (H_2, \circ) podgrupy grupy (G, \circ) . Ukažte, že

- a) $(H_1 \cap H_2, \circ)$ je také podgrupa,
- b) $(H_1 \cup H_2, \circ)$ je podgrupa právě tehdy, když $H_1 \subseteq H_2$ nebo $H_1 \supseteq H_2$.

Příklad 3. Mějme permutace

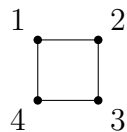
$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Spočítejte $p \circ q$, $q \circ p$, $\text{sgn}(p)$, p^{-1} a $\text{sgn}(p^{-1})$.

Příklad 4. Spočítejte mocniny p^{10} a q^{99} pro permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 5. Najděte všechny symetrie čtverce (rotace, osové symetrie) a popište je permutacemi. Ověřte, že tato množina permutací je uzavřená vzhledem k inverzi.



Příklad 6. Určete znaménko permutace

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 2n \\ 1 & 3 & 5 & \dots & 2n-1 & 2 & 4 & 6 & \dots & 2n \end{pmatrix}.$$