Příklad 1. Určete matici přechodu od báze B do báze B' prostoru $\mathcal{P}^2$, je-li

$$B = \{x^2+1, x^2-3x+1, x^2+x+3\}, \qquad B' = \{x^2+2x+1, 2x^2+1, x^2-x\}.$$

Příklad 2. Uvažujme lineární zobrazení $f\colon \mathcal{P}^2 \to \mathcal{P}^2$ zadané maticí

$$_{B_1}[f]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

vzhledem k bázi $B_1 = \{1, 1+x, x^2\}$. Najděte matici zobrazení $_{B_2}[f]_{B_2}$ pro $B_2 = \{1, x, 1+x^2\}$.

Příklad 3. Ukažte, že zobrazení s předpisem

$$f(x,y,z) = (x+y-2z, y-z, x-y+z)$$

je isomorfismem na prostoru $\mathbb{R}^3$ a sestrojte matici inverzního zobrazení f^{-1}.

Příklad 4. Buď $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineární zobrazení zadané

$$f(1,0,1) = (0,1), \quad f(0,1,1) = (-1,0), \quad f(1,1,0) = (1,0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra f a najděte jejich báze.

Příklad 5. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 6. Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+c)x^2 + (a+c)x + (a+c).$$

Příklad 7. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1,2,0)$ a $(2,0,1)$ náleží do jádra a $f(1,1,1) = (3,6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 1. Určete matici přechodu od báze B do báze B' prostoru $\mathcal{P}^2$, je-li

$$B = \{x^2 + 1, x^2 - 3x + 1, x^2 + x + 3\}, \qquad B' = \{x^2 + 2x + 1, 2x^2 + 1, x^2 - x\}.$$

Příklad 2. Uvažujme lineární zobrazení $f\colon \mathcal{P}^2 \to \mathcal{P}^2$ zadané maticí

$${}_{B_1}[f]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

vzhledem k bázi $B_1 = \{1, 1 + x, x^2\}$. Najděte matici zobrazení ${}_{B_2}[f]_{B_2}$ pro $B_2 = \{1, x, 1 + x^2\}$.

Příklad 3. Ukažte, že zobrazení s předpisem

$$f(x, y, z) = (x + y - 2z, y - z, x - y + z)$$

je isomorfismem na prostoru $\mathbb{R}^3$ a sestrojte matici inverzního zobrazení f^{-1}.

Příklad 4. Buď $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineární zobrazení zadané

$$f(1, 0, 1) = (0, 1), \quad f(0, 1, 1) = (-1, 0), \quad f(1, 1, 0) = (1, 0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra f a najděte jejich báze.

Příklad 5. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + b)x^2 + (c + d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 6. Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + c)x^2 + (a + c)x + (a + c).$$

Příklad 7. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1, 2, 0)$ a $(2, 0, 1)$ náleží do jádra a $f(1, 1, 1) = (3, 6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.