

Příklad 1. Rozhodněte, zda tvoří vektorový prostor

- a) \mathbb{R}^n nad \mathbb{Q} ,
- b) \mathbb{R}^n nad \mathbb{C} ,
- c) \mathbb{Z}_5^n nad \mathbb{Z}_2 .

Příklad 2. Rozhodněte, zda následující množiny tvoří podprostory prostoru \mathbb{R}^3 nad \mathbb{R} :

- a) $\mathcal{A} = \{(2s, s, |s|) : s \in \mathbb{R}\}$,
- b) $\mathcal{B} = \{(s, 5t, 2s - t) : s, t \in \mathbb{R}\}$.

Příklad 3. Rozhodněte, zda následující tvoří podprostor prostoru reálných posloupností \mathbb{R}^∞ :

- a) posloupnosti tvaru $(a, b, c, a, b, c, a, b, c, \dots)$ pro $a, b, c \in \mathbb{R}$,
- b) posloupnosti s nekonečně mnoha nulovými prvky,
- c) posloupnosti s konečně mnoha nenulovými prvky,
- d) neklesající posloupnosti.

Příklad 4. Rozhodněte, zda

- a) vektor $(4, -1, 1)$ náleží do lineárního obalu vektorů $(2, 1, 1)$ a $(1, 2, 1)$,
- b) jsou vektory $(1, 3, 2)$, $(2, 5, 3)$, $(2, 3, 1)$ lineárně nezávislé.

Příklad 5. Necht u, v, w jsou lineárně nezávislé vektory z prostoru V nad \mathbb{R} . Rozhodněte, zda jsou následující vektory lineárně nezávislé:

- a) $\{0, u, v\}$,
- b) $\{u, 2u, v\}$,
- c) $\{u, v + w\}$,
- d) $\{u, u + v, u + w\}$.

Příklad 6. Najděte neprázdnou množinu vektorů se složkami z $\{0, 1, 2\}$ tak, aby

- a) byly lineárně závislé v \mathbb{R}^n (nad \mathbb{R}) i v \mathbb{Z}_3^n (nad \mathbb{Z}_3),
- b) byly lineárně nezávislé v \mathbb{R}^n i v \mathbb{Z}_3^n ,
- c) byly lineárně nezávislé v \mathbb{R}^n , ale závislé v \mathbb{Z}_3^n ,
- d) byly lineárně závislé v \mathbb{R}^n , ale nezávislé v \mathbb{Z}_3^n .

Příklad 1. Rozhodněte, zda tvoří vektorový prostor

- a) \mathbb{R}^n nad \mathbb{Q} ,
- b) \mathbb{R}^n nad \mathbb{C} ,
- c) \mathbb{Z}_5^n nad \mathbb{Z}_2 .

Příklad 2. Rozhodněte, zda následující množiny tvoří podprostory prostoru \mathbb{R}^3 nad \mathbb{R} :

- a) $\mathcal{A} = \{(2s, s, |s|) : s \in \mathbb{R}\}$,
- b) $\mathcal{B} = \{(s, 5t, 2s - t) : s, t \in \mathbb{R}\}$.

Příklad 3. Rozhodněte, zda následující tvoří podprostor prostoru reálných posloupností \mathbb{R}^∞ :

- a) posloupnosti tvaru $(a, b, c, a, b, c, a, b, c, \dots)$ pro $a, b, c \in \mathbb{R}$,
- b) posloupnosti s nekonečně mnoha nulovými prvky,
- c) posloupnosti s konečně mnoha nenulovými prvky,
- d) neklesající posloupnosti.

Příklad 4. Rozhodněte, zda

- a) vektor $(4, -1, 1)$ náleží do lineárního obalu vektorů $(2, 1, 1)$ a $(1, 2, 1)$,
- b) jsou vektory $(1, 3, 2)$, $(2, 5, 3)$, $(2, 3, 1)$ lineárně nezávislé.

Příklad 5. Necht u, v, w jsou lineárně nezávislé vektory z prostoru V nad \mathbb{R} . Rozhodněte, zda jsou následující vektory lineárně nezávislé:

- a) $\{0, u, v\}$,
- b) $\{u, 2u, v\}$,
- c) $\{u, v + w\}$,
- d) $\{u, u + v, u + w\}$.

Příklad 6. Najděte neprázdnou množinu vektorů se složkami z $\{0, 1, 2\}$ tak, aby

- a) byly lineárně závislé v \mathbb{R}^n (nad \mathbb{R}) i v \mathbb{Z}_3^n (nad \mathbb{Z}_3),
- b) byly lineárně nezávislé v \mathbb{R}^n i v \mathbb{Z}_3^n ,
- c) byly lineárně nezávislé v \mathbb{R}^n , ale závislé v \mathbb{Z}_3^n ,
- d) byly lineárně závislé v \mathbb{R}^n , ale nezávislé v \mathbb{Z}_3^n .