Příklad 1. Nad tělesy $\mathbb{R}$ a $\mathbb{Z}_5$ rozhodněte, zda pro $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ platí

a) $(1,2)^T \in \mathrm{Ker}(A)$,
b) $(1,2)^T \in \mathcal{S}(A)$.

Příklad 2. Najděte bázi a určete dimenzi prostoru generovaného vektory

$$(2,4,4,4),\ (-3,-4,2,0),\ (5,7,-2,1)$$

pomocí sloupcového a řádkového prostoru matice.

Příklad 3. Najděte báze prostorů $\mathcal{R}(A)$, $\mathcal{S}(A)$ a $\mathrm{Ker}(A)$ pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Příklad 4. Najděte matici A takovou, že

a) $\mathcal{R}(A)$ obsahuje vektory $(1,1)^T, (1,2)^T$ a $\mathcal{S}(A)$ obsahuje $(1,0,0)^T$, $(0,0,1)^T$,
b) bázi $\mathcal{R}(A)$ i $\mathcal{S}(A)$ tvoří vektor $(1,1,1)^T$ a báze $\mathrm{Ker}(A)$ je $(1,-2,1)^T$.

Příklad 5. Rozhodněte, zda pro matice $A, B \in \mathbb{R}^{m\times n}$ platí

a) $\mathcal{R}(A) = \mathcal{R}(B)$ právě tehdy, když $\mathrm{RREF}(A) = \mathrm{RREF}(B)$,
b) $\mathcal{S}(A) = \mathcal{S}(B)$ právě tehdy, když $\mathrm{RREF}(A) = \mathrm{RREF}(B)$,
c) $\mathcal{R}(A) \cap \mathrm{Ker}(A) = \{o\}$.

Příklad 6. Rozhodněte, zda platí $U = V$ pro prostory

a) $U = \mathrm{span}\{(1,2,0),(0,1,-1)\}$, $V = \mathrm{span}\{(2,1,3),(-1,0,-2)\}$,
b) $U = \mathrm{span}\{(1,2,-1),(2,1,1)\}$, $V = \mathrm{span}\{(0,3,-3),(3,3,-1)\}$.

Příklad 1. Nad tělesy $\mathbb{R}$ a $\mathbb{Z}_5$ rozhodněte, zda pro $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ platí

a) $(1,2)^T \in \operatorname{Ker}(A)$,
b) $(1,2)^T \in \mathcal{S}(A)$.

Příklad 2. Najděte bázi a určete dimenzi prostoru generovaného vektory

$$(2,4,4,4),\ (-3,-4,2,0),\ (5,7,-2,1)$$

pomocí sloupcového a řádkového prostoru matice.

Příklad 3. Najděte báze prostorů $\mathcal{R}(A)$, $\mathcal{S}(A)$ a $\operatorname{Ker}(A)$ pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Příklad 4. Najděte matici A takovou, že

a) $\mathcal{R}(A)$ obsahuje vektory $(1,1)^T, (1,2)^T$ a $\mathcal{S}(A)$ obsahuje $(1,0,0)^T$, $(0,0,1)^T$,
b) bázi $\mathcal{R}(A)$ i $\mathcal{S}(A)$ tvoří vektor $(1,1,1)^T$ a báze $\operatorname{Ker}(A)$ je $(1,-2,1)^T$.

Příklad 5. Rozhodněte, zda pro matice $A, B \in \mathbb{R}^{m\times n}$ platí

a) $\mathcal{R}(A) = \mathcal{R}(B)$ právě tehdy, když $\operatorname{RREF}(A) = \operatorname{RREF}(B)$,
b) $\mathcal{S}(A) = \mathcal{S}(B)$ právě tehdy, když $\operatorname{RREF}(A) = \operatorname{RREF}(B)$,
c) $\mathcal{R}(A) \cap \operatorname{Ker}(A) = \{o\}$.

Příklad 6. Rozhodněte, zda platí $U = V$ pro prostory

a) $U = \operatorname{span}\{(1,2,0),(0,1,-1)\}$, $V = \operatorname{span}\{(2,1,3),(-1,0,-2)\}$,
b) $U = \operatorname{span}\{(1,2,-1),(2,1,1)\}$, $V = \operatorname{span}\{(0,3,-3),(3,3,-1)\}$.