

**Příklad 1.** Uvažujme v  $\mathbb{R}^3$  báze

$$B_1 = \{(1, 1, 1), (0, 1, -1), (2, 0, 1)\}, \quad B_2 = \{(3, 2, 2), (1, 0, 1), (1, 2, 2)\}.$$

- Sestrojte matici přechodu od báze  $B_2$  do kanonické báze.
- Sestrojte matici přechodu od kanonické báze do  $B_1$ .
- Určete souřadnice vektoru  $(1, 2, 0)$  vzhledem k bázi  $B_1$ .
- Sestrojte matici přechodu od báze  $B_2$  k bázi  $B_1$ .

**Příklad 2.** Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B' = \{(1, 1, 0)^T, (1, 0, 0)^T, (0, 1, -1)^T\}.$$

Najděte bázi  $B$  tak, aby  $A$  byla maticí přechodu

- od báze  $B$  do báze  $B'$ , tj.  $B'[id]_B$ ,
- od báze  $B'$  do báze  $B$ , tj.  $B[id]_{B'}$ .

**Příklad 3.** Určete matici přechodu od báze  $B$  do báze  $B'$  prostoru  $\mathcal{P}^2$ , je-li

$$B = \{x^2 + 1, x^2 - 3x + 1, x^2 + x + 3\}, \quad B' = \{x^2 + 2x + 1, 2x^2 + 1, x^2 - x\}.$$

**Příklad 4.** Uvažujme lineární zobrazení  $f: \mathcal{P}^2 \rightarrow \mathcal{P}^2$  zadané maticí

$${}_{B_1}[f]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

vzhledem k bázi  $B_1 = \{1, 1 + x, x^2\}$ . Najděte matici zobrazení  ${}_{B_2}[f]_{B_2}$  pro  $B_2 = \{1, x, 1 + x^2\}$ .

**Příklad 5.** Ukažte, že zobrazení s předpisem

$$f(x, y, z) = (x + y - 2z, y - z, x - y + z)$$

je isomorfismem na prostoru  $\mathbb{R}^3$  a sestrojte matici inverzního zobrazení  $f^{-1}$ .

**Příklad 6.** Buď  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  lineární zobrazení zadané

$$f(1, 0, 1) = (0, 1), \quad f(0, 1, 1) = (-1, 0), \quad f(1, 1, 0) = (1, 0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra  $f$  a najděte jejich báze.

**Příklad 7.** Najděte matici lineárního zobrazení  $f: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathcal{P}^2$  s předpisem

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + b)x^2 + (c + d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení  $f$  prosté a zda je „na“.

**Příklad 8.** Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení  $f: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathcal{P}^2$  s předpisem

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + c)x^2 + (a + c)x + (a + c).$$

**Příklad 1.** Uvažujme v  $\mathbb{R}^3$  báze

$$B_1 = \{(1, 1, 1), (0, 1, -1), (2, 0, 1)\}, \quad B_2 = \{(3, 2, 2), (1, 0, 1), (1, 2, 2)\}.$$

- Sestrojte matici přechodu od báze  $B_2$  do kanonické báze.
- Sestrojte matici přechodu od kanonické báze do  $B_1$ .
- Určete souřadnice vektoru  $(1, 2, 0)$  vzhledem k bázi  $B_1$ .
- Sestrojte matici přechodu od báze  $B_2$  k bázi  $B_1$ .

**Příklad 2.** Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B' = \{(1, 1, 0)^T, (1, 0, 0)^T, (0, 1, -1)^T\}.$$

Najděte bázi  $B$  tak, aby  $A$  byla maticí přechodu

- od báze  $B$  do báze  $B'$ , tj.  ${}_{B'}[id]_B$ ,
- od báze  $B'$  do báze  $B$ , tj.  ${}_B[id]_{B'}$ .

**Příklad 3.** Určete matici přechodu od báze  $B$  do báze  $B'$  prostoru  $\mathcal{P}^2$ , je-li

$$B = \{x^2 + 1, x^2 - 3x + 1, x^2 + x + 3\}, \quad B' = \{x^2 + 2x + 1, 2x^2 + 1, x^2 - x\}.$$

**Příklad 4.** Uvažujme lineární zobrazení  $f: \mathcal{P}^2 \rightarrow \mathcal{P}^2$  zadané maticí

$${}_{B_1}[f]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

vzhledem k bázi  $B_1 = \{1, 1 + x, x^2\}$ . Najděte matici zobrazení  ${}_{B_2}[f]_{B_2}$  pro  $B_2 = \{1, x, 1 + x^2\}$ .

**Příklad 5.** Ukažte, že zobrazení s předpisem

$$f(x, y, z) = (x + y - 2z, y - z, x - y + z)$$

je isomorfismem na prostoru  $\mathbb{R}^3$  a sestrojte matici inverzního zobrazení  $f^{-1}$ .

**Příklad 6.** Buď  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  lineární zobrazení zadané

$$f(1, 0, 1) = (0, 1), \quad f(0, 1, 1) = (-1, 0), \quad f(1, 1, 0) = (1, 0).$$

Určete dimenzi obrazu a jádra  $f$  a najděte jejich báze.

**Příklad 7.** Najděte matici lineárního zobrazení  $f: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathcal{P}^2$  s předpisem

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + b)x^2 + (c + d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení  $f$  prosté a zda je „na“.

**Příklad 8.** Najděte bázi jádra a obrazu lineárního zobrazení  $f: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathcal{P}^2$  s předpisem

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + c)x^2 + (a + c)x + (a + c).$$