Příklad 1. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 2. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1,2,0)$ a $(2,0,1)$ náleží do jádra a $f(1,1,1) = (3,6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 3. Rozhodněte, zda jsou následující vektory afinně nezávislé:

$$x_0 = (1,2,3), \quad x_1 = (2,2,1), \quad x_2 = (1,3,2), \quad x_3 = (2,1,3).$$

Příklad 4. Rozhodněte, zda jsou následující zobrazení afinní:

a) $f\colon \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}^{n\times n}$ s předpisem $f(A) = 2A + B$, kde $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ je pevná matice,
b) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1, 1)$.

Příklad 5. Dokažte následující tvrzení:

a) Obraz afinního podprostoru při afinním zobrazení je afinní podprostor.
b) Složením dvou afinních zobrazení dostaneme opět afinní zobrazení.

Příklad. Nechť U, V jsou vektorové podprostory v $\mathbb{Z}_5^4$ s bázemi

$$\begin{aligned} B_U &= \{(1,2,3,4)^T, (2,0,2,1)^T\}, \\ B_V &= \{(0,4,4,2)^T, (0,1,2,3)^T, (3,0,1,4)^T\}. \end{aligned}$$

Najděte bázi prostoru $U \cap V$.

Příklad 1. Najděte matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ s předpisem

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b)x^2 + (c+d)x + c$$

a rozhodněte, zda je zobrazení f prosté a zda je „na“.

Příklad 2. O lineárním zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je známo, že vektory $(1, 2, 0)$ a $(2, 0, 1)$ náleží do jádra a $f(1, 1, 1) = (3, 6)$.

a) Zjistěte, zda je f určeno jednoznačně.
b) Určete $\dim(f(\mathbb{R}^3))$.
c) Najděte matici zobrazení vzhledem ke kanonické bázi.

Příklad 3. Rozhodněte, zda jsou následující vektory afinně nezávislé:

$$x_0 = (1, 2, 3), \quad x_1 = (2, 2, 1), \quad x_2 = (1, 3, 2), \quad x_3 = (2, 1, 3).$$

Příklad 4. Rozhodněte, zda jsou následující zobrazení afinní:

a) $f\colon \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}^{n\times n}$ s předpisem $f(A) = 2A + B$, kde $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ je pevná matice,
b) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1, 1)$.

Příklad 5. Dokažte následující tvrzení:

a) Obraz afinního podprostoru při afinním zobrazení je afinní podprostor.
b) Složením dvou afinních zobrazení dostaneme opět afinní zobrazení.

Příklad. Nechť U, V jsou vektorové podprostory v $\mathbb{Z}_5^4$ s bázemi

$$\begin{aligned} B_U &= \{(1, 2, 3, 4)^T, (2, 0, 2, 1)^T\}, \\ B_V &= \{(0, 4, 4, 2)^T, (0, 1, 2, 3)^T, (3, 0, 1, 4)^T\}. \end{aligned}$$

Najděte bázi prostoru $U \cap V$.