

Příklad 1. Uvedte různé podmínky pro regularitu matice. Je matice s jedním nulovým sloupcem (resp. řádkem) regulární nebo singulární?

Příklad 2. Rozhodněte, pro jaké hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ je matice regulární:

$$\begin{pmatrix} 2a + 1 & a & 2a \\ a & 1 & a + 1 \\ 2a & 0 & 2a \end{pmatrix}.$$

Příklad 3. Invertujte matice elementárních řádkových úprav:

- a) vynásobení i -tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
- b) přičtení α -násobku i -tého řádku k j -tému pro $i \neq j$,
- c) výměna i -tého a j -tého řádku.

Příklad 4. Převedte matici A na redukovaný odstupňovaný tvar a zapište $\text{RREF}(A)$ jako násobení A maticemi příslušných elementárních řádkových úprav. Co se stane po vynásobení A elementární maticí zprava?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 5. Invertujte matice

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 6. Jak se změní inverzní matice k $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pokud k prvku a_{ij} přičteme $\alpha \in \mathbb{R}$?
Nápověda:

$$(A + bc^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{1}{1 + c^T A^{-1} b} A^{-1} b c^T A^{-1}$$

Příklad 7. Invertujte matici

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Příklad 1. Uvedte různé podmínky pro regularitu matice. Je matice s jedním nulovým sloupcem (resp. řádkem) regulární nebo singulární?

Příklad 2. Rozhodněte, pro jaké hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ je matice regulární:

$$\begin{pmatrix} 2a + 1 & a & 2a \\ a & 1 & a + 1 \\ 2a & 0 & 2a \end{pmatrix}.$$

Příklad 3. Invertujte matice elementárních řádkových úprav:

- a) vynásobení i -tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
- b) přičtení α -násobku i -tého řádku k j -tému pro $i \neq j$,
- c) výměna i -tého a j -tého řádku.

Příklad 4. Převedte matici A na redukovaný odstupňovaný tvar a zapište $\text{RREF}(A)$ jako násobení A maticemi příslušných elementárních řádkových úprav. Co se stane po vynásobení A elementární maticí zprava?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 5. Invertujte matice

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 6. Jak se změní inverzní matice k $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pokud k prvku a_{ij} přičteme $\alpha \in \mathbb{R}$?
Nápověda:

$$(A + bc^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{1}{1 + c^T A^{-1} b} A^{-1} b c^T A^{-1}$$

Příklad 7. Invertujte matici

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$