

Příklady na procvičení z Lineární algebry 1 (ZS 2020/2021):
(3) Operace s maticemi

Cv. 1. Spočítejte $(-1)A + 2BC$, kde A, B, C jsou následující matice:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Cv. 2. Vyřešte soustavy rovnic a proveďte zkoušku pomocí násobení matic.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ a } b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ a } c = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Cv. 3. Vyjádřete elementární řádkové úpravy pomocí násobení matic.

Cv. 4. Dokažte, anebo vyvráťte, zdali pro matice A, B, C a $\mathbf{0}$ stejného řádu a reálná čísla α, β platí:

- | | |
|---|--|
| (a) $A + (B + C) = (A + B) + C$ | (i) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ |
| (b) $A + B = B + A$ | (j) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ |
| (c) $A + \mathbf{0} = A$ | (k) $\alpha A + \beta B = (\alpha + \beta)(A + B)$ |
| (d) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ | (l) $(A^T)^T = A$ |
| (e) $\alpha(\beta A) = \beta(\alpha A)$ | (m) $A^T A$ je symetrická |
| (f) $A + (-1)A = \mathbf{0}$ | (n) $(A + B)^T = A^T + B^T$ |
| (g) $1A = A$ | (o) $(\alpha A)^T = \alpha(A^T)$ |
| (h) $A(B + C) = AB + AC$ | (p) $AI_n = A$ |

Cv. 5. Pro libovolnou nesymetrickou čtvercovou matici A zkonstruujte symetrickou matici B tak, že jejich součin nekomutuje, t.j. $AB \neq BA$. Komutuje součin matic pokud jsou obě matice symetrické?

Cv. 6. Dokažte nebo vyvráťte:

- (a) Necht' $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Pokud A je symetrická a komutuje s B , pak A komutuje s B^T .
- (b) Necht' $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Pokud A komutuje s B , pak A komutuje s B^T .