

Příklady na procvičení z Lineární algebry 1 (ZS 2020/2021):

(11) Lineární zobrazení

Cv. 1. Rozhodněte a dokažte, zda-li zobrazení $f : R \rightarrow R$ je/není lineární zobrazení.

(a) $f_1(x) = 0$

(b) $f_2(x) = 1$

(c) $f_3(x) = 2x$

(d) $f_4(x) = x + 1$

(e) $f_5(x) = x^2$

Cv. 2. Rozhodněte a dokažte, zda-li zobrazení $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ je/není lineární zobrazení.

(a) $f_6(x, y) = (x + y, x - y)$

(b) $f_7(x, y) = (x - y, x - y)$

Cv. 3. Pro lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dané předpisem $f(x, y) = (x, -y)$ vypočtěte matici lineárního zobrazení.

Cv. 4. Vypočtěte matici F lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, které po řadě zobrazí vektory:

$$f((1, -3, 1)^T) = (-1, 1, 0)^T \quad (1)$$

$$f((0, 3, -2)^T) = (0, 1, -1)^T \quad (2)$$

$$f((-1, -2, 2)^T) = (1, 0, 1)^T \quad (3)$$

Cv. 5. Mějme vektorový prostor $U = \mathbb{R}^3$ a zobrazení $f : U \rightarrow U$ a mějme jeho bázi $B_U = \{(-1, 0, 3)^T, (2, -2, 2)^T, (0, 1, -3)^T\}$. Vypočtěte matici F lineárního zobrazení $f : U = \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, o kterém víme, že zobrazí bazické vektory: $F = {}_{B_U}[f]_{B_U}$

$$f((-1, 0, 3)^T) = (-2, 0, 6)^T$$

$$f((2, -2, 2)^T) = (4, -4, 4)^T$$

$$f((0, 1, -3)^T) = (0, 2, -6)^T$$

Všimněme si, že vektory jsou „2-krát zvětšeny“.

Maticí F , reprezentující lineární zobrazení f , zobrazte vektor $[x]_{B_U} = (1, 2, -1)^T$ tj. dostaneme vektor $[f([x]_{B_U})]_{B_U}$.