

9. Báze a dimenze

- Cv. 9.1** Ve vektorovém prostoru \mathbb{Z}_5^3 vyjádřete vektor $(3, 2, 4)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $(3, 3, 2)^T$, $(1, 1, 4^T)$ a $(0, 2, 1)^T$. Je toto vyjádření jednoznačné?
- Cv. 9.2** Doplňte množinu M na bázi vektorového prostoru V .
- (a) $M = \{(1, 2, 0, 0)^T, (2, 1, 1, 3)^T, (0, 1, 0, 1)^T\}$, $V = \mathbb{R}^4$.
- (b) $M = \{-x^2, x+x^2, x^3-1\}$, V je prostor reálných polynomů stupně nejvýše tři.
- Cv. 9.3** Souřadnice vektoru u vůči bázi $X = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ jsou $[u]_X = (a_1, a_2, a_3, a_4)^T$. Určete souřadnice téhož vektoru u vůči bázi $Y = \{v_1 + v_4, v_2 + v_3, v_4, v_2\}$.
- Cv. 9.4** Určete dimenze a báze následujících vektorových podprostorů prostoru \mathbb{Z}_5^7 .
- (a) $U = \text{span}\{(4, 1, 0, 3, 4, 0, 0)^T, (4, 3, 1, 0, 2, 3, 1)^T, (4, 1, 4, 0, 3, 2, 4)^T, (2, 4, 1, 4, 4, 3, 1)^T, (0, 4, 3, 2, 2, 4, 3)^T\}$.
- (b) $V = \{(x_1, \dots, x_7)^T \in \mathbb{Z}_5^7 : x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 + x_6 + 2x_7 = 0, 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 + 4x_5 + 2x_6 + 4x_7 = 0, 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_5 + 2x_7 = 0\}$.
- Cv. 9.5** Rozhodněte, zda prostory U a V z minulého příkladu jsou v inkluzi a pokud ano, naleznete takovou bázi většího z nich, aby rozšiřovala bázi menšího.