

## 11. Lineární zobrazení, matice vzhledem ke kanonické bázi

### Definice lineárního zobrazení

**Cv. 11.1** Rozhodněte, zda následující zobrazení  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  jsou lineární:

- (a)  $f(x, y) = (x, y + 3)^T$ ,
- (b)  $f(x, y) = (x + 2y, y)^T$ ,
- (c)  $f(x, y) = (0, 0)^T$ ,
- (d)  $f(x, y) = (x^2, y)^T$ .

**Cv. 11.2** Rozhodněte, zda následující zobrazení z prostoru  $\mathbb{R}^{n \times n}$  jsou lineární:

- (a)  $f(A) = A^T$ ,
- (b)  $f(A) = I_n$ ,
- (c)  $f(A) = A^2$ ,
- (d)  $f(A) = a_{11}$ ,
- (e)  $f(A) = \text{RREF}(A)$ ,

### Matice lineárního zobrazení vzhledem ke kanonické bázi

**Cv. 11.3** Pro lineární zobrazení  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dané předpisem  $f(x, y) = (x + y, x - y)^T$  vypočtete matici lineárního zobrazení vůči kanonické bázi.

**Cv. 11.4** Najděte obraz vektoru  $v = (-1, 1, 2)^T$  při lineárním zobrazení  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definovaném:

$$f(1, 0, 0) = (1, 1)^T, \quad f(0, 1, 0) = (-1, 2)^T, \quad f(0, 0, 1) = (0, 0)^T.$$

**Cv. 11.5** Najděte matici následujících lineárních zobrazení v rovině  $\mathbb{R}^2$  vzhledem ke kanonické bázi:

- (a) Otočení o  $90^\circ$  proti směru hodinových ručiček.
- (b) Projekce na osu  $x$ .
- (c) Otočení o  $90^\circ$  proti směru hodinových ručiček a pak projekce na osu  $x$ .
- (d) Projekce na osu  $x$  a pak otočení o  $90^\circ$  proti směru hodinových ručiček.