

## 12. Matice přechodu a matice lineárního zobrazení

### Matice přechodu

**Cv. 12.1** V prostoru  $\mathbb{R}^3$  uvažujme dvě báze

$$B_1 = \{(1, 1, 1)^T, (0, 1, -1)^T, (2, 0, 1)^T\}, \quad B_2 = \{(3, 2, 2)^T, (1, 0, 1)^T, (1, 2, 2)^T\}.$$

- Sestrojte matici přechodu od báze  $B_1$  do kanonické.
- Sestrojte matici přechodu od kanonické báze do báze  $B_1$ .
- Určete souřadnice vektoru  $(1, 2, 0)^T$  vzhledem k bázi  $B_1$ .
- Sestrojte matici přechodu od báze  $B_2$  do báze  $B_1$ .

**Cv. 12.2** Najděte matici přechodu od báze  $b_1, b_2, b_3, b_4$  k bázi  $b_2, b_4, b_1, b_3$ .

**Cv. 12.3** Určete matici přechodu od báze  $B_1$  do báze  $B_2$  prostoru  $\mathcal{P}^2$ , je-li

$$B_1 = \{x^2 + 1, x^2 - 3x + 1, x^2 + x + 3\}, \quad B_2 = \{x^2 + 2x + 1, 2x^2 + 1, x^2 - x\}.$$

### Matice obecného lineárního zobrazení

**Cv. 12.4** Uvažujme lineární zobrazení  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  zadané obrazy kanonické báze:

$$f(e_1) = (1, -1, 1)^T, \quad f(e_2) = (0, 1, 1)^T.$$

Uvažujme dvě báze

$$B_1 = \{(1, -1)^T, (1, 1)^T\}, \quad B_2 = \{(1, -1, 1)^T, (1, 0, 1)^T, (0, 1, 1)^T\}.$$

Spočítejte:

- matici zobrazení vzhledem ke kanonickým bázím, tj.  ${}_{\text{kan}}[f]_{\text{kan}}$ .
- matici zobrazení od  $B_1$  ke kanonické bázi, tj.  ${}_{\text{kan}}[f]_{B_1}$ .
- matici zobrazení od kanonické báze k  $B_2$ , tj.  ${}_{B_2}[f]_{\text{kan}}$ .
- matici zobrazení od  $B_1$  k  $B_2$ , tj.  ${}_{B_2}[f]_{B_1}$ .

**Cv. 12.5** Uvažujme dvě lineární zobrazení  $f, g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  zadaná maticemi

$${}_B[f]_{\text{kan}} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad {}_B[g]_{\text{kan}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

kde  $B = \{(1, 0, -1)^T, (1, 1, 0)^T, (1, -2, 1)^T\}$ . Určete  ${}_{\text{kan}}[g \circ f]_{\text{kan}}$ .

**Cv. 12.6** Mějme lineární zobrazení  $f: U \rightarrow V$  dané maticovým předpisem  $A = {}_{B_V}[f]_{B_U}$ . Ukažte, že matice RREF( $A$ ) reprezentuje stejné zobrazení, ale vzhledem k jiným bázím.

**Cv. 12.7** Známe matici  ${}_B[f]_B$  lineárního zobrazení  $f: U \rightarrow U$ . Jak můžeme určit matici  ${}_{B'}[f]_{B'}$  vůči bázi  $B'$ ?

**Cv. 12.8** Mějme matici  $M$  lineárního zobrazení. Diskutujte, kolik lineárních zobrazení popisuje matice  $M$ ?