

## 6. Permutace

**Cv. 6.1** Mějme permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Najděte jejich cykly, znaménka, inverze a složte permutace  $p, q$  mezi sebou v obou pořadích.

**Cv. 6.2** Mějme permutaci

$$p = (1, 3, 4)(2, 5)(6, 11, 10, 9, 8, 7).$$

Spočítejte permutace  $p^9$  a  $p^{-14}$ .

Pro jakou nejmenší mocninu  $k \geq 1$  dostaneme  $p^k = id$ ?

**Cv. 6.3** Rozložte permutaci  $(1, 2, 3, 4, 5)$  na složení transpozic, a to alespoň dvěma různými způsoby. Jaký je nejmenší možný počet transpozic, které k rozkladu potřebujeme?

**Cv. 6.4** Dokažte, že každou permutaci  $p \in S_n$  lze složit pomocí nanejvýš  $n - 1$  transpozic.

Obecně, permutace  $p \in S_n$  se skládá z  $k$  cyklů. Pomocí kolika transpozic se dá složit? Najděte všechny možnosti.

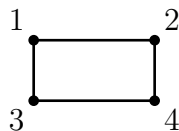
**Cv. 6.5** Určete znaménko permutace  $r$  zadané tabulkou:

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Cv. 6.6** Najděte všechny permutace splňující  $p \in S_{10}$  a  $p^2 = (1, 3)(2, 4)(7, 8, 9, 10)$ .

**Cv. 6.7** Dokažte, že složením permutací dostaneme permutaci.

**Cv. 6.8** Najděte všechny symetrie obdélníku, popište je permutacemi a ověřte, že tvoří podgrupu grupy  $(S_4, \circ)$ .



**Cv. 6.9** Najděte všechny symetrie čtverce, popište je permutacemi a ověřte, že tvoří podgrupu grupy  $(S_4, \circ)$ .

