

Operace s maticemi a regularita

Úkol 2. Stopu matice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ definujeme jako hodnotu $\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n A_{ii}$.

Rozhodněte, zda pro matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ platí následující vlastnosti (dokažte, nebo uveďte protipříklad):

a) $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$,

b) $\text{tr}(ABC) = \text{tr}(CAB)$,

c) $\text{tr}(ABC) = \text{tr}(ACB)$.

[10 b]

Úkol 3. Rozhodněte a ukažte, pro které hodnoty $a, b \in \mathbb{R}$ je matice M řádu $n \geq 2$ regulární:

$$M = \begin{pmatrix} a & b & \dots & b \\ b & a & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & b \\ b & \dots & b & a \end{pmatrix}.$$

Poznámka: Matice $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ má prvky $M_{ii} = a$ a $M_{ij} = b$ pro $i \neq j$.

[10 b]