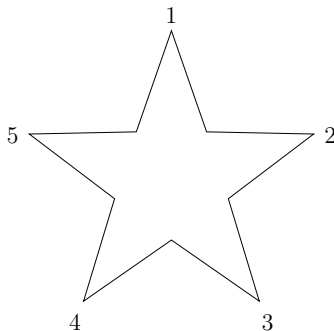


Grupy a tělesa

Úkol 2.1. Nechť $\mathcal{M}$ je množina čtvercových reálných matic řádu tři (t.j. matic $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$) majících nulový součet prvků na hlavní diagonále.

Rozhodněte, zda je $(\mathcal{M}, +)$ grupa, kde operace $+$ je obvyklý maticový součet. [6 b]

Úkol 2.2. Najděte všechny symetrie pěticípé hvězdy (rotace, osové symetrie) a popište je permutacemi. Pro každou permutaci určete její inverzní permutaci.



[6 b]

Úkol 2.3. Rozhodněte (a řádně zdůvodněte), zda je tělesem:

- (a) množina $\{-1, 0, 1\}$ s klasickým sčítáním a násobením,
- (b) množina $\mathbb{Z}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Z}\}$ s klasickým sčítáním a násobením,
- (c) množina $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ s klasickým sčítáním a násobením.

[6 b]

Úkol 2.4. Nad tělesem $\mathbb{Z}_5$ vyřešte maticovou rovnici

$$C^T(X - 2D)^{-1} + B = 3A - E$$

pro matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

[6 b]